T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI

MOTORLU ARAÇLAR TEKNOLOJİSİ

KUVVET VE MOMENT

440FB0067

Ankara, 2011

- Bu modül, mesleki ve teknik eğitim okul/kurumlarında uygulanan Çerçeve Öğretim Programlarında yer alan yeterlikleri kazandırmaya yönelik olarak öğrencilere rehberlik etmek amacıyla hazırlanmış bireysel öğrenme materyalidir.
- Millî Eğitim Bakanlığınca ücretsiz olarak verilmiştir.
- PARA İLE SATILMAZ.

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR

KOD	**440FB0067**
ALAN	**Motorlu Araçlar Teknolojisi**
DAL/MESLEK	**Alan Ortak**
MODÜLÜN ADI	**Kuvvet ve Moment**
MODÜLÜN TANIMI	Makine parçalarının üzerine gelen bileşke kuvvetlerinin dayanımı ile ilgili hesapların yapıldığı ve uygulama alanları ile ilgili bilgilerin verildiği öğrenme materyalidir.
SÜRE	40/32
ÖN KOŞUL	Ön koşul yoktur.
YETERLİK	Makine parçaları üzerine gelen kuvvetlerle ilgili hesapları yapmak
MODÜLÜN AMACI	**Genel Amaç** Öğrenci, makine parçalarında kuvvet analizi, moment, ağırlık merkezi hesaplarını yapabileceksiniz. **Amaçlar** **1.** Kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz. **2.** Kuvvetlerin bileşenlerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz. **3.** Moment ve mesnet hesaplarını yapabileceksiniz. **4.** Cisimlerin ağırlık merkezlerini bulma ile ilgili hesapları yapabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	Motor bölümü sınıf ve laboratuvarı, makine parçaları, motor parçaları, hesap makinesi
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Modül içinde yer alan her öğrenme faaliyetinden sonra verilen ölçme araçları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Öğretmen modül sonunda ölçme aracı (çoktan seçmeli test, doğru-yanlış testi, boşluk doldurma, eşleştirme vb.) kullanarak modül uygulamaları ile kazandığınız bilgi ve becerileri ölçerek sizi değerlendirecektir.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Otomotiv teknolojisi günümüzde çok hızlı gelişen ve değişen bir meslektir. Endüstride ana konularda temel bilgileri iyi kavramış, teknolojik gelişmeleri kavrayabilen ve bu gelişmeleri uygulayabilen yetenekli kişilere ihtiyaç duyulmaktadır.

Otomotiv endüstrisinde cisimlerin dayanımı önemli bir yer tutmaktadır. Taşıt üzerinde kullanılan çeşitli binlerce parçanın özelliklerini iyi tanımak, kullanılma şekline göre uzun bir süre hizmet edebilmesi gerekir. Bu amaçla öğrencilerin teknik bilgi ve beceri yönünden daha iyi gelişmesi cisimlerin dayanımını iyi anlamasına ve kazandığı bilgileri yerinde ve zamanında uygulamasına bağlıdır.

Bu modülde anlatılan konuları iyi anlamak, gerekli formülleri bilmek ve problemleri doğru çözebilme yeteneğini kazanmak, gelişmekte olan otomotiv sektöründe yer alınmasına yardımcı olacaktır. Bu sektörde yetişmiş eleman ihtiyacı, gelişmekte olan ülkemizde artarak devam etmektedir.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Bu faaliyette verilen bilgiler ile kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Mekanik bilimi nedir? Araştırınız.
- Çevrenizdeki mekanik aletler nelerdir?
- CGS ve MKS birimleri nelerdir?
- Kuvvet sistemleri nelerdir ve kuvvet birimleri nelerdir?
- Geometrik olarak dik açı, geniş açı ve dar açı değerlerini, derece olarak bilgi vererek iletki veya açıölçer yardımıyla çizimini öğrenerek uygulayınız. Trigonometri cetvelini kullanarak açıların Sin, Cos, değerlerini bulmayı öğreniniz.

1. KUVVETLER

1.1. Genel Kavram ve Tanımlar

1.1.1. Mekaniğin Tanımı ve Önemi

Teorik doğa bilimlerinin görevi, etrafımızdaki cisimlerin durumunu, uğradıkları değişiklikleri açık ve belli kurallara bağlayıp düzenlemek, sonuçlarını ölçü ve sayısal olarak bildirmektir. Bunun yerine getirilebilmesi için gerekli olan temel şartı, yüzyıllardır süregelen gözlemlerimiz verir. İnsan olayların nedenlerini düşünüp geliştirebilen ve kendi yararına kullanabilen bir varlıktır. İnsan, var oluşundan beri etrafında gelişen olayları ve doğayı incelemiştir. Bugün ulaştığımız teknik düzey ilk insandan başlayan gözlemlerin bileşkesidir.

Bir taşın kaldırılıp atılması veya üst üste konularak bir yapı oluşturulması, insanların yürümesi, koşması, suyun akması, rüzgârın esmesi ve benzerleri birer fiziksel olaydır. Bu tür fiziksel olayların incelenmesi ve değerlendirmesi sonucu, çeşitli sistemler geliştirilmiştir. Ağır yüklerin kaldırılması için geliştirilen "kaldıraçları" birçok eski medeniyetler başarı ile kullanmışlardır. Hareket halindeki cisimlerin taşıdığı enerjiden yararlanma, cisimlerin birbiri ile olan ilişkilerini inceleme insanı kendine bağlamıştır. Bu durum insanoğlunda, öğrenme ihtiyacını doğurmuştur. İnceleme sonucu kazanılan bilgiler, olayları ve nedenlerini belli kurallara bağlamıştır.

Doğal olayların en basiti, cisimlerin geometrik ve fiziksel özelliklerini değiştirmeksizin yalnız, uzaydaki hareket durumlarını değiştirdikleri hâldir. İşte, doğal olayları inceleyen fizik biliminin bu dalı "mekanik" adı altında gelişmiştir. Yapılan açıklamalar ışığı altında mekanik; "Cisimlere etki eden kuvvet sistemlerini ve bu sistemlerin cisimde oluşturdukları hareketleri grafik ve analitik olarak inceleyen bir bilimdir." diye tanımlanabilir.

1.1.2. Mekaniğin Uygulama Alanları

Resim 1.1: Uçağın havalanması

Dün olduğu gibi bugün de, insan yaşantısında mekanik bilgilerinin yeri büyüktür. Bir kapının açılması, vidanın sıkılması, suyun akışı, uçağın uçuşu, otomobilin hareket edebilmesi, insanların her türlü hareketi, makinelerin çalışması ve daha sayılabilecek pek çok şey mekanik prensiplerine uyar. Bir kaldıraçtan, zaman ölçmekte kullanılan saate ve en gelişmiş uzay araçlarına kadar her yerde mekanik bilgileri gereklidir. Özellikle teknik öğrenim görenlerin yaşantılarının önemli bir bölümü mekanik sistemlerle uğraşmak olacakla geçecektir.

Bu bakımdan, bütün bilim dallarında olduğu gibi, mekanikte de bilgilerin belli kurallara göre düzenlenmesi ve bölümlenmesi zorunludur. Bu düzenleme ve bölümleme kurallarının anlamayı ve yaşantıyı kolaylaştıracağı bir gerçektir.

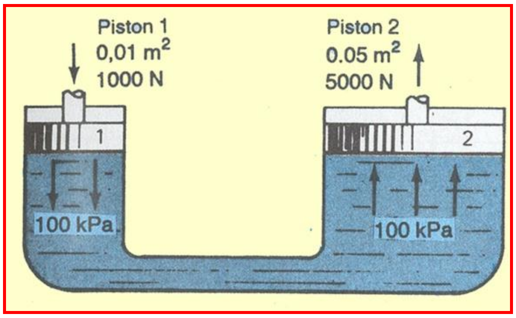
Resim 1.2: Hareket halindeki tır

Bu alanda çalışan bilim adamları yaptıkları uzun ve hassas çalışmalarla, cisimlerdeki hareketleri birtakım prensiplere bağlamışlardır. Mekanik problemleri ile uğraşan ve bugünkü endüstriyel gelişmelerin temelini oluşturan prensiplerin sahiplerinden, konumuzla ilgili olanların başlıcaları; Aristetle (Aristo), Archlmedes (Arşimet), Newton (Nivton), Pascal (Paskal), Gallleo (Galile),Hoo ke (Huk), Euler (OyIer) gibi bilim adamlarıdır.

1.1.3. Mekaniğin Bölümleri

1.1.3.1. Sıvıların Mekaniği (Hidrostatik)

Hidrostatik hareketsiz sıvıların denge şartlarını inceler. Sıvılar, bulundukları kabın tabanına bir basınç uygular. Ayrıca sıvılar, akıcı özelliği olan ve bulundukları kabın şeklini alan maddelerdir. Pascal (Paskal) prensibi uyarınca, üzerlerine uygulanan basıncı dokundukları yüzeylere aynen iletirler. Bunun sonucunda; küçük bir kuvvet ile büyük bir alanda, büyük bir kuvvet meydana gelir Makinecilikte, basınçlı sıvıların sahip oldukları enerjiden faydalanarak çeşitli hareketler üretmek için kurulan sisteme "hidrolik sistem" denir.

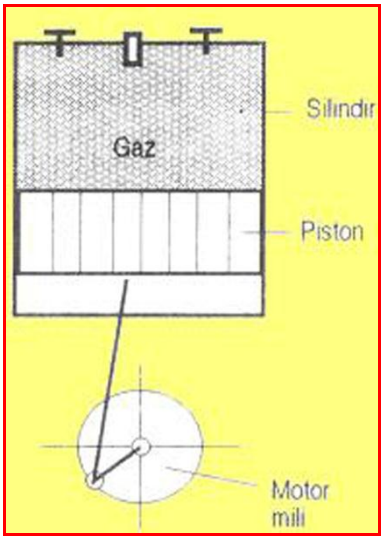


Resim 1.3: Paskal kanunu

Sıvılar, akışkan maddeler olup basınçları olduğu gibi iletirler. Bu nedenle bir sıvı madde, etki ettiği yüzey alanı ile doğru orantılı olarak kuvvet iletir. Şekil 1,3'te görüldüğü gibi küçük pistonun sağladığı basınç, sıvı tarafından büyük pistona iletilir ve büyük bir kuvvete dönüşür. Bu özelliğinden dolayı sıvılar; preslerde, kaldırma makinelerinde, pompalarda, hidrolik santralarda vb. basınç ve kuvvet üretimi için kullanılır.

1.1.3.2. Gazların Mekaniği (Aerodinamik)

Aerodinamik; hava veya gaz hâlindeki bütün akışkanların hareketlerini inceler. Örneğin; uçakların uçuş veriminin artırılması için, kanat1ara verilecek biçimler bu dal ile hesaplanır. Kanatlarının ve bazı bölümlerinin oval bir biçimde yapılması gibi. Gazlar ısı etkisi ile hacim ve basınç değişimi sağlayabilen akıcı ve uçucu maddelerdir. Isıl etkisi ile genleşen bir gaz, Şekil 1.4'te görüldüğü gibi silindir ve piston sisteminde motorun çalışmasını sağlar.



Resim 1.4: Pnömatik sistem

Gazların mekaniği, gaz maddenin hacim, sıcaklık ve basınç değişimine göre oluşturduğu kuvvetlerin sonuçlarını inceler.

1.1.3.3. Katıların Mekaniği

Katı cisim, kuvvetler etkisi altındaki herhangi bir cisim bütün durumlarda geometrik şekil ve ölçülerini aynen koruyorsa yani bir şekil değişimi ortaya çıkmıyorsa böyle cisimlere "katı cisim" denir.

Bununla beraber, hiçbir cisim bu özelliği tam olarak göstermez. Her cisim kuvvet etkisiyle bir miktar şekil değiştirir. Ancak kuvvetin büyüklüğüne ve cismin ölçülerine göre, şekil değişim miktarı önemsenmeyecek kadar küçükse böyle cisimler katı cisim kabul edilebilir.

Örneğin, çelik atomları birbirine çok kuvvetli şekilde bağlanmışlardır. Dolayısıyla çelik, kolayca şekil değiştirmez. Bu özelliğinden dolayı birçok makine elemanın malzemesinde çeliği görürüz.

Bu modülde cisimler tam katı olarak kabul edilmiştir. Katıların mekaniği, denge, kuvvet, hız ivme gibi faktörlerin etkinliğine göre üç ana bölüme ayrılır.

- **Statik**

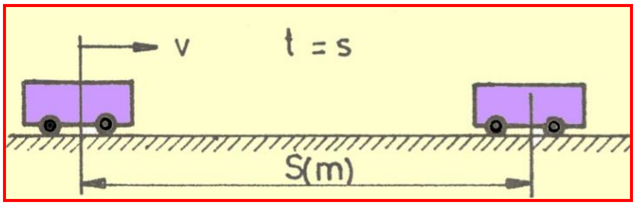
Statik, kuvvetlere etkilenen cisimlerin denge durumlarını inceler. Mekaniğin çok eski bir kolu olan statiğin ilk prensipleri eski Mısır ve Babil' de piramitler ve tapınakların yapımında kullanılmıştır. İlk yazılı statik prensipleri Arşimet (MÖ 287–212) tarafından çubuklara etki eden kuvvetlerin denge durumları için saptanmış ve günümüze kadar gelmiştir. Statik, esas gelişimini 17. yüzyılda Stevinus, Varignon ve Newton gibi bilim adamları önderliğinde yapmıştır.

Genellikle, bütün cisimlerin katı cisim olarak kabul edilemeyeceği daha önce belirtilmişti. Kuvvetlerle yüklenen cisimlerde az veya çok bir şekil değiştirme meydana gelir. Bu şekil değişimi çok azsa önemsenmeyebilir ve sistemin denge durumu hiç şekil değişmesi olmamış gibi düşünülerek incelenebilir. Statikte cisimler üzerinde, kuvvetler etkisiyle meydana gelecek şekil değişikliklerini hiçbir şekilde göz önüne almayacak ve cismi kuvvetler sisteminin etkisi altında tam katı olarak kabul edilecektir. Cisim üzerinde meydana gelen şekil değişikliklerini incelemek daha çok cisimlerin dayanımı konularına girer. Dayanım bilgisinde, cismin molekülleri veya kristallerinin, kuvvet etkisiyle, bağıl hareketleri göz önüne alınır. Bu tür hareket cisimde şekil değişimini oluşturur.

Statiğin temel prensipleri, problem çözümlerinde çok önemlidir. Aralarında Newton'un da bulunduğu ilgili prensipler. Kuvvetler bahsinde incelenecektir.

- **Sinematik**

Fiziğin bir konusu olan sinematik (Çok defa kinematik olarak da söylenir.) cisimlerin hareketlerini inceleyen bir ilimdir. Sinematikte katı cisimlerin hareketlerini, hareket sebeplerini göz önüne almadan yol, zaman, hız ve ivme arasındaki bağıntıları inceler.



Resim 1.5: Düzgün hareket

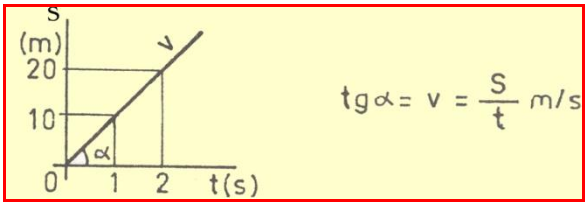
Statikle kıyaslanacak olursa, sinematik oldukça yeni bir konudur. Hareketlere ait ilk prensipler, bilimsel olarak Galile tarafından saptanmıştır (1564 – 1642). MÖ 2000 yıllarında Aristotle tarafından belirlenen, tabii filozofinin, Galile çağlarında bile hiç hata yapmaz olduğu kabul ediliyordu. Deneysel hiçbir özellik göstermeyen tabii filozofiye ait prensipleri, Galile daha 26 yaşındayken kabul etmemeye başladı. Örneğin, "Değişik ağırlıktaki iki cisim aynı yükseklikten bırakılacak olursa farklı zamanlarda yere düşerler." tezini kabul etmedi. Piza Kulesi’nden kitleleri oldukça farklı iki taşı aynı yükseklikten ve aynı anda bırakarak kitle ile düşme zamanını arasında bir bağıntı olmadığını gösterdi.

Galile, eğik düzlem üzerinde cisimleri kaydırarak yaptığı deneylerle kuvvet ve ivme arasında bir çeşit bağıntı olduğu sonucuna varmıştı. Fakat zamanın ölçülmesi için istenilen nitelikte saatin yapılmamış olması dolayısıyla deneysel açıklama yapamamıştır. Ancak sınırlı açıklama yapabilmiştir. Daha sonraları, İngiliz bilgini Newton tarafından kuvvet ve ivme arasındaki bağıntılar analitik ve deneysel olarak incelenmiş ve bazı prensiplere bağlanmıştır. Bugün "Newton prensipleri" olarak tanınmaktadır.

Sinematiğin amacı, hareketlerin grafik ve analitik olarak incelenmesini yapmaktır. Hareketin durumuna göre, inceleme yöntemi grafik veya analitik olarak saptanır. Endüstriyel sinematik problemleri çoğunlukla grafik metotla çözümlenir. Nedeni, geniş matematik bilgisine gerek göstermemesi ve grafik çözümle elde edilen sonuçların yeter derecede hassas olmasıdır. Bu konuda, sinematik bilgileri basitleştirilerek işlenmiştir. Ancak bu seviyede hareketlerin tanınıp incelenebilmesi için yeterli bilgi verilmiştir.

Sinematik, hareketlerin geometrisidir. Maddesel bir noktanın hareketini, kuvvetin etkisini göz önüne almadan inceler. Aslında, sinematik yol, hız ve ivme arasında gerekli bağıntıları inceleme demektir.

Örnek: Düzgün doğrusal hareket yapan bir otomobil 300 km yolu 4 saatte almaktadır. Hızını; km/h ve m/s cinsinden bulunuz?



Resim 1.6: Yol zaman diyagramı

$$V = \frac{s}{t} = \frac{300}{4 \cdot h} = \frac{75}{h} = 75\frac{km}{h}(\frac{km}{saat})$$

$$V = \frac{s}{t} = \frac{75 \cdot 1000}{3600} = \frac{75}{3,6} = 20,83\frac{m}{s}(\frac{m}{saniye})$$

- **Dinamik**

Statikte katı cisimleri denge hâlinde düşünüp bunlara etki eden kuvvet sistemlerini, kinematikte cisimlerin hareketlerini, ağırlıkları ve üzerlerine etki yapan kuvvetleri göz önüne almadan inceler. Dinamikte ise kuvvetlerle etkilenen cisimlerin hareketini ve bununla ilgili olay ve kanunları inceler.

Statiğin oldukça eski bir tarihî olmasına karşın dinamik epeyce yeni bir konudur. Başlangıcı Galile zamanına kadar gider. Genellikle 16. yüzyılın ikinci yarısı dinamiğin doğuş yıllarıdır. Dinamiğin bu kadar geç gelişmesine sebep, deneysel fiziğin henüz bilimsel alanda yer almamış olmasıdır. Bir dinamik olayların deneysel incelenebilmesi için, kuvvetin uzunluğun ve zamanın hassas olarak ölçülebilmesi gerekir. Kuvvetin ve uzunluğun ölçülmesi oldukça basit olduğu için tarihin ilk çağlarında bulunup geliştirilmiştir. Zamanın ölçülmesi ise ancak 17. yüzyılın ortalarında gerekli nitelikte yapılabilmiştir. Dolayısıyla ufak zaman aralıklarının ölçülmeğe başlanmasıyla dinamik, gelişme ortamı bulmuştur.

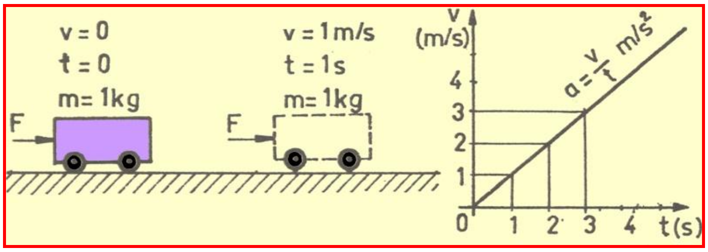
Dinamikte, bir cismin veya herhangi bir sistemin uygulanan kuvvetlerle ne tür bir hareket yapıldığı veya yapacağı, istenilen hareketin sağlanabilmesi için uygulanması zorunlu kuvvet sisteminin karakterinin ne olması gerektiğini araştırılır

Bir cismin durağan bir hâlden hareketli hâle geçmesi veya hareket durumunu değiştirmesi için o cisme dıştan bir kuvvetin etki yapması gerekir. Bir kuvvetin herhangi bir cismi etkilemesi ile meydana gelen hareket, kuvvetin büyüklüğü, doğrultusu, yönü ve tatbik noktası gibi esas karakteristikleri ile cismin maddesel özelliğine bağlıdır. Bir kuvvet değişik özelliklerdeki cisimleri etkilediği zaman bunların her birinde başka bir hareket meydana getirdiği gibi, aynı cismi etkileyen değişik kuvvetler de bu cisimde değişik hareketler oluşturur. Bununla beraber Galile yaptığı deneylerle, Newton'a ait olduğu söylenilen bu prensiplerden ilk iki tanesini bulmuştur. Bununla birlikte, bulguları Newton formüle etmiş ve astronomik öngörüleri bu prensiplere dayamakla dinamiğe esaslı bir başlangıç yapmıştır.

Newton Kanunları, yıldızların, hareketlerini inceledikten sonra saptamıştır. Dolayısıyla, kanunlar yalnız maddesel noktalar için uygulanabilir. Cismin bütün noktalarını aynı hız ve ivmeye sahip oldukları kabul edildiğinden, Newton Kanunları direkt olarak cisimlerin hareketlerine uygulanamazlar. Bununla beraber cisimlerin kümeleşmiş maddesel noktalardan meydana geldiği düşünülerek, bu kanunlar cisimler içinde genişletilebilir.

Newton Kanunları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

- **1. Kanun:** Bir cisme hariçten herhangi bir kuvvet etki yapmadıkça, o cisim eski durumunu korur. Yani cisim, durağan ise durağanlığını, hareket halinde ise düzgün hızla hareketini korur (Eylemsizlik Prensibi).
- **2. Kanun:** Bir kuvvet herhangi bir cisme etki ettiği zaman, o cisimde kuvvetin doğrultusu ve yönünde bir ivme meydana gelir. Meydana gelen ivmenin değeri, kuvveti ve doğru kütle ile ters orantılıdır.



Resim 1.7: Dinamiğin temel kanunu

$F = m \cdot a$ $\qquad$ $F = m \cdot a = 1kg \cdot 1\dfrac{m}{s^2} = 1\dfrac{kg \cdot m}{s^2}$

F= İtme kuvveti (N)

m= Kütle (kg) $\qquad$ F= 1N(Newton)

a= İvme (m/s^2) $\qquad$ F= 1kg'lık kütleye m/s^2 lik ivme kazandıran kuvvetin değeridir

F_G= m•g $\qquad$ $F_G = m \cdot g = \dfrac{1kg \cdot 9{,}81m}{s^2} = 9{,}81\dfrac{kgm}{s^2}$

F_G= Ağırlık kuvveti(10N)

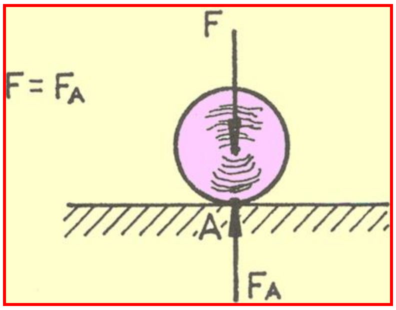
m= Kütle(kg)

g= Yer çekimi ivmesi(9,81m/s^2)

F_G= 9,81 N $F_G \cong$ 10N

1kgf = 1kp = 10N = 1daN

➢ **3. Kanun** Bir cisim diğer cisim üzerinde kuvvet tesiri yapacak olursa, ikinci cisimde birinci cisme eşit değerde zıt yönde bir kuvvet doğar. Başka bir ifade ile birbirini etkiyen iki cisimde, meydana gelen tesir ve aksi tesirler eşit şiddet ve ters yönlüdür.



Resim 1.8: Etki-tepki

F= Etki

F_A= Tepki

F_A= F

F_A – F= 0

1.1.4. Birim Sistemleri

Var olan her şeyin sayısı, büyüklüğü ve benzeri özellikleri aynı cinsten seçilen değişmez büyüklükteki bir parçayla kıyaslanarak söylenir. İşte, bu kıyasa temel teşkil eden, daha evvelce tanım ve kabul edilmiş değişmez değerlere "birim" adı verilir. Genel mekanikte birimlerinin ayrı ayrı veya bileştirilmesi ile meydana gelir.

1.1.4.1. Temel Birimler

Birim sistemlerinden uluslararası anlaşmalarla kabul edilmiş olan ve en çok kullanılan dört tanesi; CGS mutlak birimler sistemi, MKS mutlak birimler sistemi, gravitasyonel "MKFS" birimler sistemi ve uluslararası birim sistemidir (SI).

➢ **CGS Temel Birim Sistemi**

CGS Birim sistemi: Bu sistemde c (santimetre olarak) uzunluğu, g kütleyi ve s zamanı gösterir.

CGS mutlak birim sisteminde kuvvet birimi ise bir g kütlelik cisme bir cm/s^2 ivme veren değer olarak kabul edilir ve DIN (DYN) adı verilir.

- **MKS Temel Birim Sistemi**

MKS mutlak birim sisteminde; m (metre) olarak uzunluğu, k (kilogram) olarak kütleyi ve s (saniye) olarak zamanı gösterir.

Mutlak MKS sisteminde kuvvet birimi (N) Newton'dur. Newton, bir kilogram kütlelik cisme bir m/sn^2 lik ivme veren büyüklüktür.

Uluslararası birim sisteminde (SI) ; kütle birimi (kg) kuvvet birimi de (N) kabul edilmiştir. Teknik birimler olarak **(**M K S A) adlandırılan birimler ve sembolleri tabloda verilmiştir.

- **Gravitasyonel ''MKFS" birim sistemi**

Kütle yerine kuvveti temel kavram kabul eden bu sistemde, temel birimler uzunluk için metre (m), kuvvet için 1 kg kütleye Paris'te etkiyen yerçekimi olan kiloforce (kf) ve zaman için saniyedir (s). 1 kg kütleye etkiyen yerçekimi her yerde aynı olmadığı için bu sistem mutlak bir birim sistemi değildir. Bu sistem daha çok mühendislikte ve halk arasında kullanılmaktadır. MKFS sisteminde kütle için özel bir birim yoktur. 1 MKFS kütle birimi 9,81 kg olup, 1 kilogram kuvvetin etkisiyle 1 m/s2'lik ivme kazanan cismin kütlesi olarak tanımlanır.

- **SI birim sistemi**

Uluslararası Ölçüler Konferansı'nın 1971'de yaptığı toplantıda, en temel büyüklüklerden (zaman, kütle, zaman) başka, dört temel büyüklüğün daha birimlerini içine alan uluslararası birim sistemi tanımlanmıştır. Uluslararası birim sistemi, MKS birim sistemini kapsar. SI birim sistemi en önemli birim sistemidir

Temel değerler	DIN 1304'e göre	Temel ifadesi	Temel birimler
Uzunluk	I,s	Metre	m
Kütle	m	Kilogram	kg
Zaman	t	Saniye	s
Akım şiddeti	I	Amper	A
Sıcaklık	T	Kelvin	K
Molekül	n	Mol	Mol
Işık mum şiddeti	ı	Kandil	cd

Tablo 1.1: SI teknik birimler (M K S A) sembolleri

1.1.4.2. Türev Birim Sistemi

Temel birimler, uygulama alanlarında kullanılan formüllere göre yeni isimler alırlar ve sembollerle ifade edilirler. Buna göre uzunluk, kuvvet ve zaman birimlerinin iki veya daha fazlası birleştirilmek suretiyle yeni birimler türetilir. Elde edilen bu yeni tür birimlere türev birimler denir.

Örnek: Kuvvet birimi (kg), uzunluk birimi metre (m) ile birleştirildiğinde türev birime dönüşür. Birimi kgm olur

Teknik alanda karşılaşılan bazı türev birimleri şunlardır:

Pa=(Paskal)

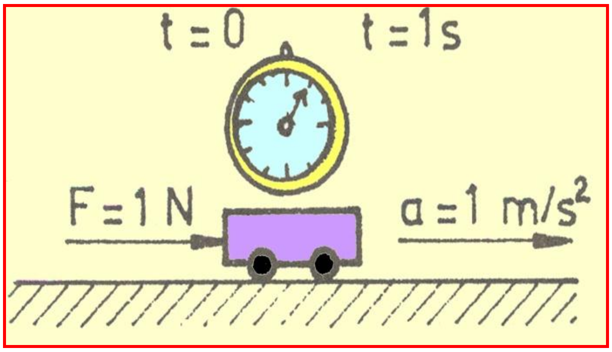
$$p = \frac{F}{A} = \frac{1N}{m^2} = 1Pa$$

1 bar= 100000 Pa

1 mbar= 100 Pa

1 bar = $10N/cm^2$

1 bar= 1 daN/cm^2



Resim 1.9: Dinamik

p= Basınç

A= Alan

N(Newton)

F=m•a

$$a = \frac{V}{t} = \frac{\frac{m}{s}}{s}$$

V= Hız (m/s)

m= Kütle(kg)

$$F = m \cdot a = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

a= İvme(m/s^2)

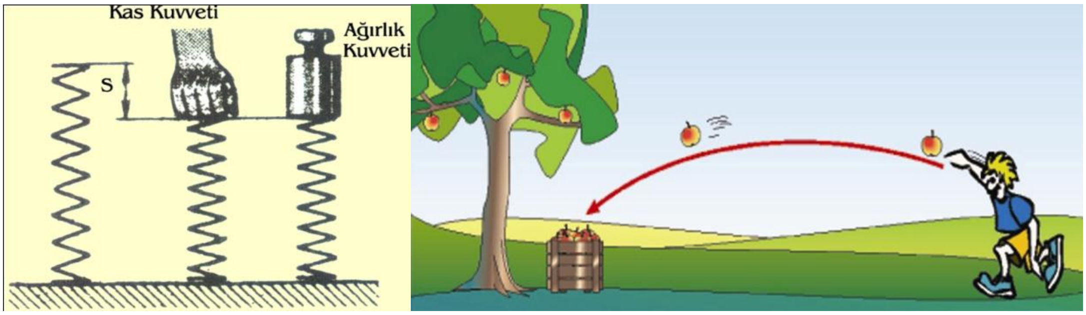
F= İtme kuvveti(N)

F= 1N (1kg'lık kütleye $1m/s^2$' lik ivme kazandıran kuvvet)

1.2. Kuvvetler Sistemi

1.2.1. Kuvvetin Tanımı

Statik prensipleri ve dolayısıyla problemlerinin incelenmesine başlamadan önce "kuvvet" terimini açıklayalım.



Resim 1.10: Kuvvet

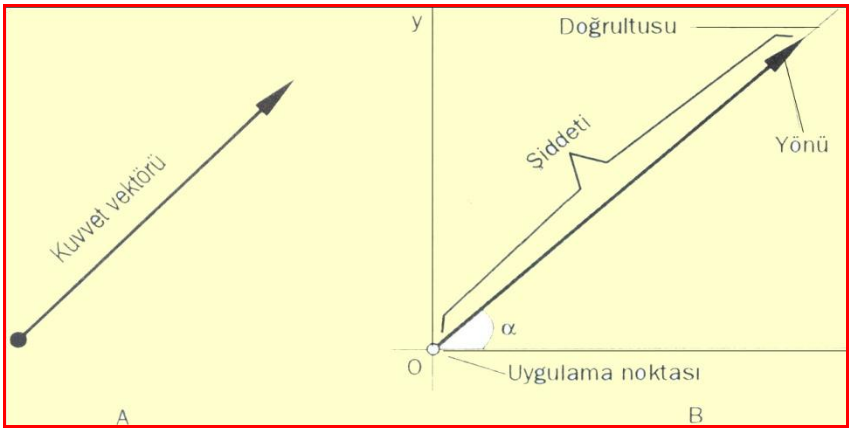
Cisimlerin denge durumunu değiştiren veya değiştirmeye zorlayan sebebe "kuvvet" denir. Mekanikte kuvvet iç ve dış kuvvetler olarak iki bölümde incelenir. İç kuvvetler, cismin molekülleri arasında meydana gelen kuvvetlerdir. Bunlarla cisimlerin dayanımı bilgisi ilgilenir.

Bırakılan bir cisim yere doğru düşer. Duran bir araba, itilince yürümeye başlar, itme artırılınca hızlanır. Çekilen bir lastik uzar. Üzerine bastırılan bir yay kısalır. Bir cisim üzerine yapılan baskıyla ezilebilir. Bütün bu hareketler ve şekil değişikliklerinin nedeni kuvvettir

1.2.2. Kuvvetin Elamanları ve Vektörleri

- **Kuvvetin elemanları**

Statik prensiplerini incelerken görüleceği gibi kuvvet, doğrultusu boyunca istenilen yere kaydırılabilecektir. Ancak kuvvet bir sınırlandırılmış vektör şeklinde gösterilirse o zaman tatbik noktası 4. eleman olarak verilmelidir.



Resim 1.11: Kuvvetin elemanları

Biz eğer kuvvetleri sınırlandırılmış (yani sabitleştirilmiş vektör) vektörler olarak kabul edecek olursak kuvvetin elemanlarını şiddeti, doğrultusu, yönü ve tatbik noktası diye dört tane söylememiz gerekir. Kuvvet Şekil 1.11' deki gibi ifade edilebilir. Kuvvetin elemanlarını şiddeti, yönü, doğrultu ve tatbik noktası belirler.

Birimi ve sayısal değerinden başka bir yönü olan büyüklüklere, vektörel büyüklük denir. Bir ok işareti ile gösterilen kuvvet vektörünün dört elemanı vardır.

- **Şiddeti**: Kuvvetin büyüklüğünü (değerini) belirtir.
- **Doğrultusu**: Kuvvetin konumunu belirtir.
- **Yönü**: Kuvvetin etkilediği tarafı belirtir.
- **Uygulama noktası:** Kuvvetin etki merkezini (tatbik noktasını) belirtir.

Vektörler yönlendirilmiş doğru parçaları ile gösterilir. Doğrunun boyu vektörün büyüklüğünü, ok işareti yönünü, üzerinde bulunduğu doğru çizgi vektörün doğrultusunu gösterir. Vektör eğer doğrultu üzerinde yönü ve büyüklüğü belirtilmiş ve belli bir noktaya etki ettirilmemişse serbest vektör, belli bir noktaya etki ettirilmişse "sınırlandırılmış vektör" adını alır.

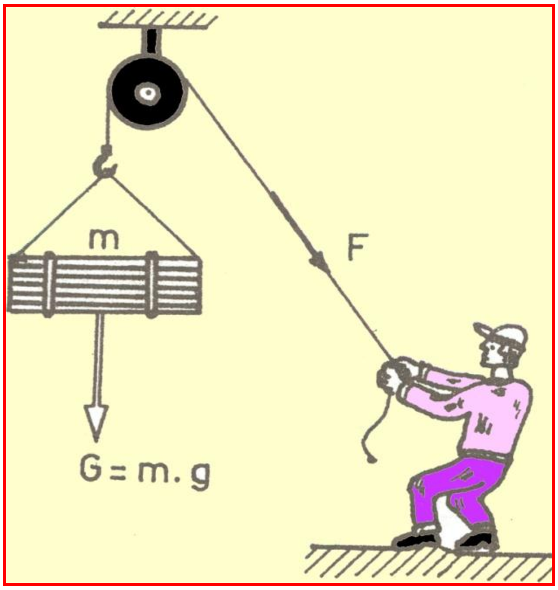
1.2.3. Kuvvet Birimleri

Kuvvetin birimlerini iyi kavrayabilmek için, önce kütle ve ağırlık tanımlamalarını incelemek gerekir.

Kütle: Bir cismin değişmez madde miktarıdır. Kütle miktarı bulunduğu yere göre değişmez, hep aynıdır.

Ağırlık: Kütlenin, bulunduğu yerdeki yerçekimi kuvvetinin sonucudur. Ağırlık bulunduğu yere göre değişir. Uzaydaki insanın kütlesi aynı olduğu hâlde, ağırlığının dünyaya göre az olduğu gözlenir.

Teknik mühendislik alanında, Fransa'da bulunan lrudyumlu platinden yapılmış silindirin ağırlığı ve onu yere çeken kuvvet esas alınmıştır. Buna göre yer çekimi ivmesi g = 9,81 m/s^2 alınmıştır. Pratik hesaplamalarda, g = 10 m/s^2 kabul edilebilmektedir. Uluslararası birim sisteminde (SI) kütle birimi kg, kuvvet birimi de N kabul edilmektedir. Kuvvet birimi olarak kg kullanılması hatalıdır, Newton (N) kullanılmalıdır.



Resim 1.12: Kütle ve ağırlık

m=kg (Kütle)

$G = m \cdot g = \dfrac{kg \cdot m}{s^2}$ (ağırlık)

g= m/s^2 (Yer çekim ivmesi)

G=Newton(N)

F=(N)

100g = 1N

1kg = 10N=1daN

100kg=1000N

1kN=1000N

Kuvvet birimleri şunlardır**:**

- Mutlak CGS birim sistemine göre din (dyn)
- Mutlak MKS birim sistemine göre Newton (N)
- Çekimsel CGS birim sistemine göre gram–kuvvet (g_f)
- Çekimsel MGS birim sistemine göre kilogram–kuvvet (kg_f)

1.2.4. Kuvvetlerin Sınıflandırılması

Bir cisme etki eden iki veya daha fazla kuvvetin meydana getirdiği topluluğa "kuvvet sistemi" adı verilir. Kuvvet sistemleri kuvvetlerin doğrultularının konumlarına göre genellikle iki bölümde incelenirler.

1.2.4.1. Uzaydaki Kuvvetler

Boşlukta yani uzaydaki kuvvetler, vektörler ile ifade edilirler ve üç boyutlu olarak (X, Y, Z) koordinatlar sistemi içinde incelenir. Bu seviyede konular iki boyutlu sistem içinde ele alınacaktır.

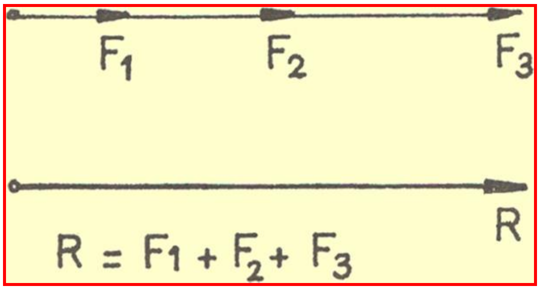
1.2.4.2. Düzlemdeki Kuvvetler

Kuvvetler, iki boyutlu (X, Y) olarak düzlem üzerinde incelenir. Kuvvetlerin düzlem üzerindeki durumunu belirlemek için, iki koordinat değerinin (X, Y) belirli olması gerekir. Buradaki kuvvetler bir cisme etki yaptıklarında, hepsi birden aynı bir düzleme teğet veya paralel olurlar.

- **Doğrultuları Aynı Olan Kuvvetler**

Doğrultulan aynı olan kuvvet sistemlerinde bütün kuvvetler aynı doğrultu üzerinde toplanmışlardır. Bir ipi aynı doğrultuda çeken birçok kimsenin uyguladığı kuvvetler bu cins kuvvetlerdendir. Aynı doğrultulu kuvvetlere "Eş doğrultulu kuvvetler" adı da verilebilir Aynı doğrultu üzerinde olan bu kuvvetlerin bileşkesi, kuvvetlerin cebri toplamına eşittir.

- **Kuvvetler aynı yönde ise bileşke:**

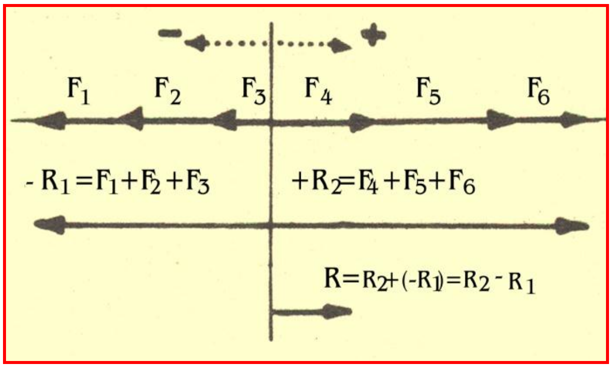


Resim 1.13: Aynı yönlü kuvvetler

$R = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots$ N olur.

Bileşke, kuvvetlerle aynı yöndedir.

- **Kuvvetler değişik yönde ise bileşke:**



Resim 1.14: Değişik yönlü kuvvetler

$-R_1 = F_1 + F_2 + F_3$ N

$+R_2 = F_4 + F_5 + F_6$ N

$R = R_2 + (-R)_1 = R_2 - R_1$ N

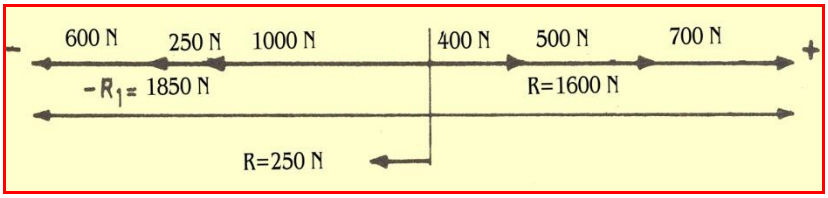
Doğrultunun sağ tarafını işaret eden vektörler pozitif, sol tarafını işaret edenler ise negatif kabul edilerek işlem yapılır. (+) lar ve (-) ler toplanıp büyük olandan küçük olan çıkartılır. Kalan miktar bileşkenin şiddeti olur. Bileşke büyük toplam tarafında ve onunla aynı yönlüdür

Eğer (+) ve (-) işaretlerini taşıyan kuvvetlerin toplamı birbirine eşitse, bileşke sıfır olur. Bu da kuvvetler sisteminin dengede olduğunu gösterir.

Sistemin dengede olabilmesi için bileşkenin sıfır değerde olması yeterlidir. Bunun için (+) ve (-) yönlü kuvvetler toplamalarının birbirine eşit olması gerekir.

Örnek:

Aynı doğrultu üzerinde, doğrultunun sağ tarafına doğru 400, 500 ve700 N' luk üç kuvvet, sol tarafına doğru ise 1000, 250 ve 600 N luk üç kuvvet, olmak üzere altı kuvvet bulunmaktadır. Bu kuvvet sisteminin etkisini tek başına yapabilen kuvvet (bileşke) ne kadardır?

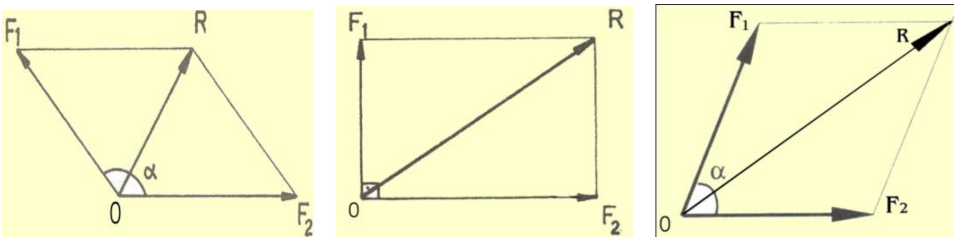


Resim 1.15: Değişik yönlü kuvvetler

Çözüm: Kuvvetleri aynı doğru üzerinde şematik olarak şekilde görüldüğü gibi çizebiliriz. (+) ve (-) yönlü kuvvetleri toplayacak olursak (-) yön olanlar 1850 N, (+) yönlüler ise 1600 N.dur. Dolayısıyla bileşke (-) yönlü ve 250 N olarak bulunur.

Not: Burada (+) ve (-) işaretlerin yalnız cebri toplam için yapıldığını unutmayınız. Vektörün ucuna ok işareti konulunca daima büyüklüğü pozitif yazılır. Çünkü ok işareti (+) veya (-) işaret yerine geçer.

- **Kesişen Kuvvetler**



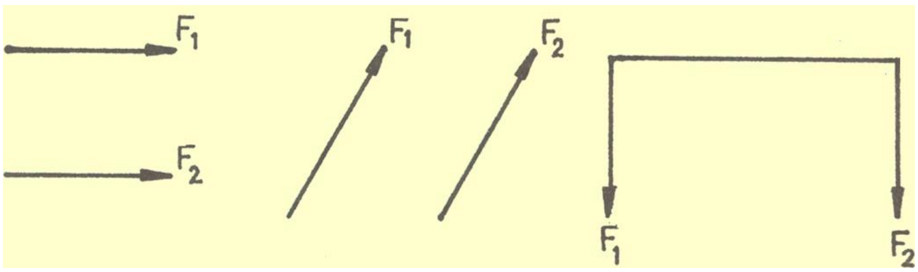
Resim 1.16: Kesişen kuvvetler

(Dar açıda-dik açıda-geniş açıda)

Vektörleri veya doğrultuları bir noktada birleşen kuvvetlere kesişen kuvvetler denir. Kesişen kuvvetler; dar açılı, dik açılı, geniş açılı olmak üzere üç şekilde incelenir.

- **Paralel kuvvetler**

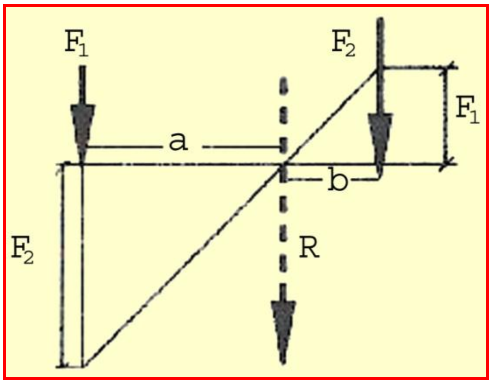
Paralel kuvvetler sistemi doğrultuları bir noktada kesişmeyen birbirine paralel olan kuvvetlerin meydana getirdikleri topluluklardır. Böyle bir sistemin bileşkesi şiddeti, doğrultusu ve yönü belli olduğu takdirde belirli hâle gelir. Bu kuvvetler aynı yönlü ise sayısal toplamlarına, ters yönlü ise sayısal farklarına eşittir.



Resim 1.17: Paralel kuvvetler

Grafik olarak; aynı yönlü iki kuvvette bileşke, arada olup ters yönlü iki kuvvette bileşke, büyük kuvvetin dışındadır.

Şekli 2.9' da görüldüğü gibi aynı yönlü iki paralel kuvvetin bileşkesinin yerini bulmak için F1 kuvvetinin doğrultusu üzerinde F2 işaretlenir. F 2 kuvvetinin üzerinde F 1. İşaretlenir. İşaretlere ait çapraz çizginin oluşturduğu üçgenlerin kesişme noktası, bileşkenin yerini verir. Üçgenlerde Tales Bağıntısı'na göre,

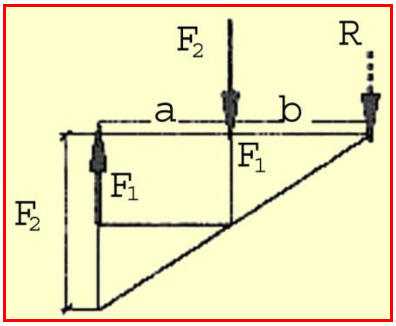


$$\frac{a}{b} = \frac{F_2}{F_1} \text{ olur.}$$

Resim 1.18: Paralel kuvvetler Tales Bağıntısı

Aynı yönlü kuvvetler

Şekli 1.19' da görüldüğü gibi ters yönlü iki paralel kuvvetin bileşkesinin yerini bulmak için F1 kuvveti üzerinde F2 işaretlenir. F2 kuvvetinin doğrultusu üzerinde F1 işaretlenir. İşaretlere göre eğik çizginin a + b doğrultusunu kestiği nokta, bileşkenin yerini verir.



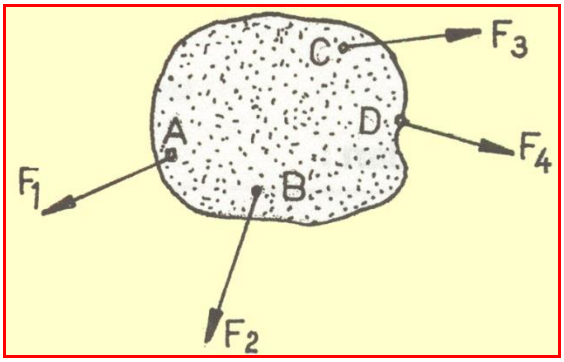
$$\frac{a+b}{b} = \frac{F_2}{F_1}$$

Resim 1.19: Paralel kuvvetler Tales Bağıntısı

Ters yönlü kuvvetler

- ### Gelişigüzel Kuvvetler

Aynı düzlemde olup ta birbirine ne paralel ne de aynı noktada kesişen kuvvetlerdir. Böyle kuvvet sistemlerine, gelişigüzel kuvvetler sistemi adı verilir. Ancak aynı düzlem üzerinde bulunurlar.



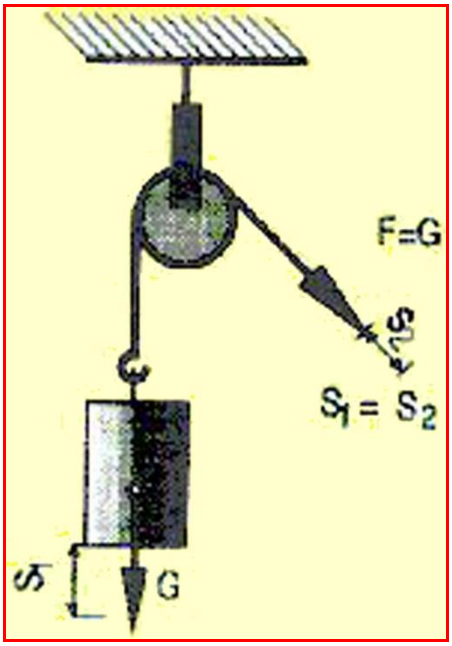
Resim 1.20: Gelişigüzel kuvvetler

Statiğin temel prensipleri:

➢ **Prensip 1**

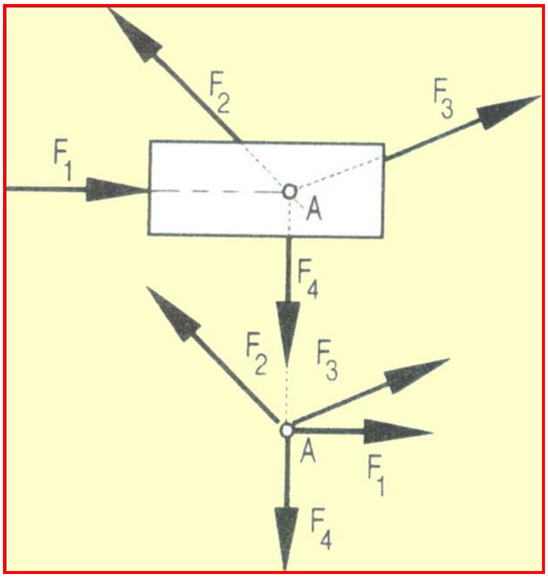
Katı cisme tatbik edilen kuvvetle tesirinde, bir değişiklik olmadan kendi doğrultuları üzerinde istenilen yere kaydırılabilir.

Görüldüğü gibi sabit makarada yük (G) kuvvet (F) tarafından $s_1 = s_2$ kadar çekilmiştir. Kuvvetin uygulama noktası s_2 kadar kaydığı halde büyüklüğü değişmeyecektir.



Resim 1.21: Makara sistemi

Resim.1.22’deki kuvvetlerin doğrultuları, A ortak noktasından geçmektedir. Kuvvetlerin uygulama noktaları; A ortak noktasına kaydırılırsa (altta) büyüklükleri değişmez.



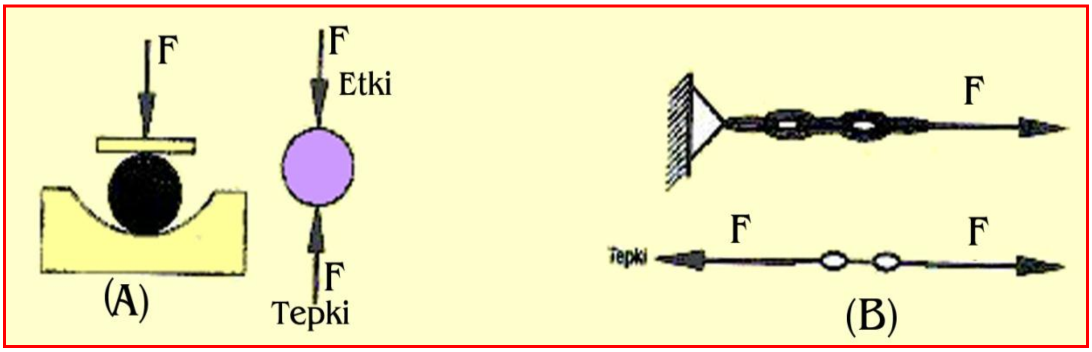
Resim 1.22: Kuvvetler sistemi

➢ **Prensip 2**

Katı cisme tatbik edilen kuvvetler, kendi doğrultularında eşit şiddette ve ters yönde alınan kuvvetlerle denge hâlindedir.

Etkiyen bir kuvvet kendisine eşit bir tepki kuvveti ile karşılaşır. Tepki kuvvetinin doğrultusu, oluştuğu yüzeye diktir.

Şekil 1.23 A’da bir bilyeye etkiyen F kuvvetine karşılık; F tepki kuvveti oluşmaktadır. Şekil.2.14 B’ de zinciri çeken F etki kuvvetine karşılık; F tepki kuvveti görülmektedir.



Resim 1.23: Etki-tepki

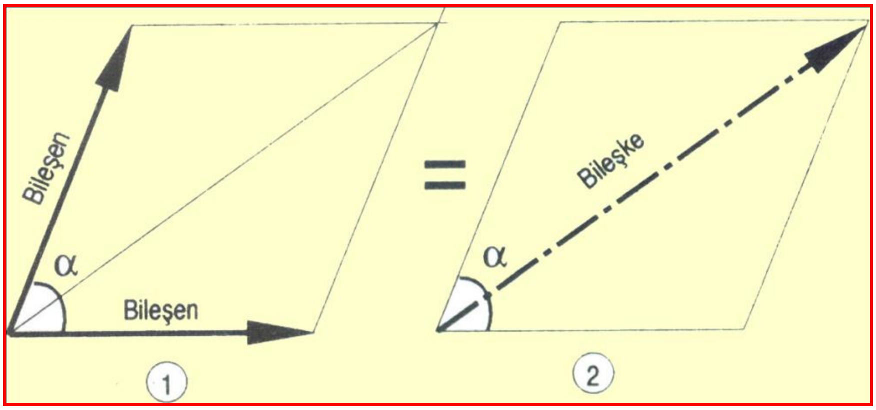
- **Prensip 3**

Bir cisme tesir eden kuvvetler yerine, bu kuvvetlerin yapmış olduğu tesiri tek başına yapan kuvvet alınabilir. Bu kuvvete bileşke denir (Bu prensibin tersini de düşünmek mümkündür.).

1.3. Kuvvetlerin Birleştirilmesi ve Bileşke Kuvvetinin Bulunması

1.3.1. Bileşke Kuvvetinin Tanımı

Bir cisme iki veya daha çok kuvvet etki ederse, kuvvetler sistemi meydana gelir. Sistemler cisimlere, sonuçta tek kuvvet gibi etki ederler. Sistemin yerine geçen bu tek kuvvete "sistemin bileşkesi" denir. Bileşke grafik ve analitik hesaplamalarda R sembolü ile gösterilir.

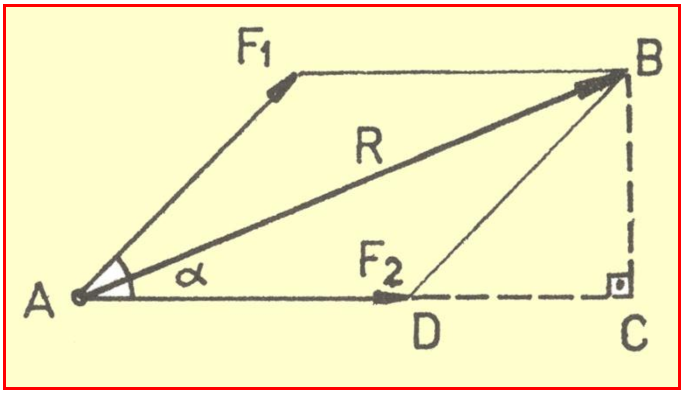


Resim 1.24: Bileşke kuvvet

1.3.2. Kesişen Kuvvetlerin Bileşkelerinin Grafik ve Analitik Olarak incelenmesi

- **Analitik metot**

Kesişen iki kuvvetin bileşkesini bulmak için trigonometrik formüllere başvurulur. Trigonometride buna uygunu Cosinüs (Kosinüs) formülüdür.



Resim 1.25: Analitik metot hesabı

ABC dik üçgeninde,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ (Pisagor) 1

$AC^2 = (DC + AD)^2$

$BC^2 = BD^2 – DC^2$ (Pisagor)

$AD = F_2$

$BD = F_1$

$CD = F_1 \cdot Cos\,\alpha$

$BC = F_1 \cdot Sin\,\alpha$ değerleri yazılıp 1 numaralı formülde yerine konulursa,

$AB^2 = (DC + AD)^2 + BC^2$

$AB^2 = DC^2 + 2DC \cdot AD + AD^2 + BC^2$

$AB^2 = DC^2 + 2DC \cdot AD + AD^2 + BD^2 + DC^2$

$R^2 = 2F_1 \cdot Cos\,\alpha \cdot F_2 + F_1^2 + F_2^2$ denklemi bulunur.

Denklem düzenlenecek olursa,

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

$\alpha < 90^0$ olursa, R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

$\alpha > 90^0$ olursa R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$ olur.

$\alpha = 0^0 \Rightarrow$ Cos $0^0 = 1$ olduğundan

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot 1 = (F_1 + F_2)^2$

$R = F_1 + F_2$ olur.

$\alpha = 90^0 \Rightarrow$ Cos$90^0 = 0$ olduğundan,

$2F_1 \cdot F_2 \cdot 0 = 0$ olduğundan

$R^2 = F_1^2 + F_2^2$ bulunur.

$R^2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

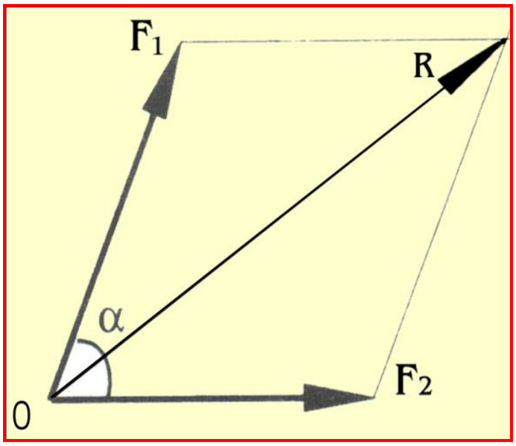
$\alpha = 180^0 \Rightarrow$ Cos $180^0 = -1$ olduğundan,

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot (-1) = (F_1 - F_2)^2$

$R = F_1 - F_2$ olur.

1.3.2.1. Dar Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetlerinin ucundan birbirine paralel çizilir. Bu nokta ile 0 noktası arasındaki doğru bileşke kuvveti verir. F_1 ve F_2 kuvvetlerine bileşenleri denir. R bileşkesi F_1 ile F_2 bileşenlerinden büyüktür. α açısı 90^o den küçüktür. Şekil 1.26 da görüldüğü gibi dar açıda (α) kesişmektedir. Bu kuvvetleri, geometrik olarak toplayacak olursak bileşkeyi bulmuş oluruz. Geometrik toplam, kuvvetlerin ucundan karşılıklı paraleller çizilmesiyle olur.



Resim1.26: Dar açılı

Sonuç olarak, kesişen kuvvetlerin bileşkesi, bu kuvvetleri kenar kabul eden paralel kenarın uygulama noktasından geçen köşegenidir. Bileşen kuvvetler F_1 ve F_2 olarak kabul edersek, Bileşke kuvveti R' dir.

$\alpha < 90^0$ olduğu için

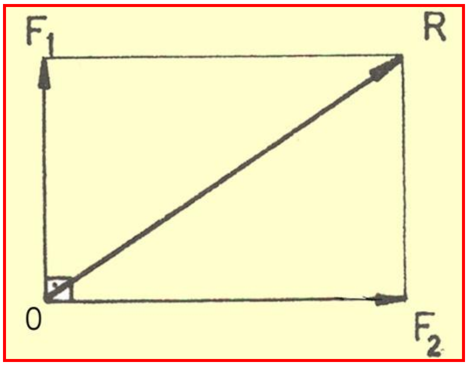
$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 . F_1 . F_2 . \cos \alpha$

Kuvvetler:

$$\boldsymbol{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

1.3.2.2. Dik Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetlerinin arasındaki α açısı 90^0 dir. Şekil 1.26' ya göre bileşkesi biraz daha küçüktür. Şekil 1.27 de görüldüğü gibi kuvvetler arası açı,



Resim 1.27: Dik açılı kuvvetler

α = 900 olup, cos 900 = 0 dır.

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 . F_1 . F_2 . \cos \alpha$

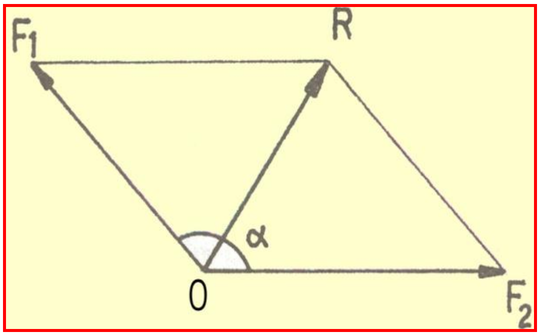
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot 0}$$

$$R = \sqrt{F^2 + F_2^2}$$ olur.

1.3.2.3. Geniş Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetleri arasında α açısı 90^0 den büyüktür. R bileşkesi F_1 ve F_2'den küçüktür. Dolayısıyla bileşenler arasındaki açı küçüldükçe, bileşke etkisi artar ve açı büyüdükçe de azalır. Şekilde görüldüğü gibi kuvvetler arası açı büyüdüğü oranda bileşke kuvveti küçülür. Analitik olarak bileşke kuvveti,



Resim 1.28: Geniş açılı kuvvetler

$\alpha > 90^0$

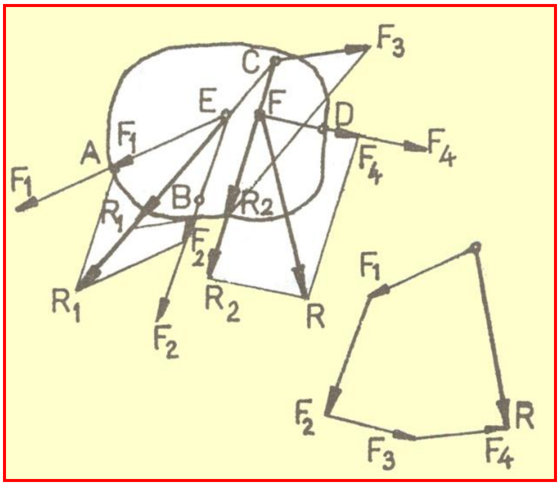
$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 . F_2 .(- \cos \alpha)$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot (-\cos\alpha)}$$ bulunur.

1.3.3. İkiden Fazla Sayıdaki Kuvvetlerin Bileşkesinin Bulunması

Bir sisteme ikiden fazla kuvvet etki ettiği zaman, sistem bu kuvvetlerin bileşkesi kadar etkilenir. Kuvvet, bir vektörel değer olduğundan, birleştirilmesi de geometrik olarak yapılır.

Paralel kenar ve kuvvetler çokgeni metotları ile çözüme gidilir.

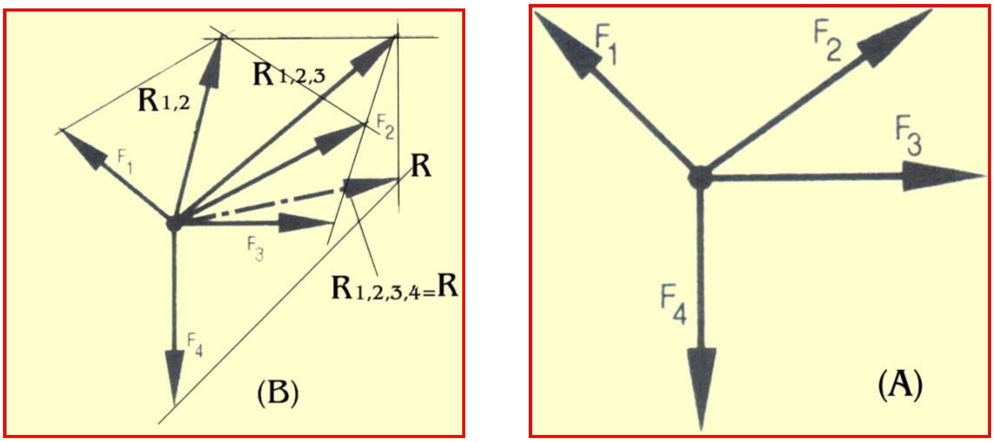


Resim 1.29: İkiden fazla kuvvetlerin bileşkesi

Kuvvet vektörlerinin ölçekli çizimi ile çözüm sağlar. Kesişen Kuvvetler sisteminde bileşkenin grafiksel olarak bulunması için çeşitli yöntemler kullanılır.

➢ Paralel Kenar Metodu (Dörtgen Metodu)

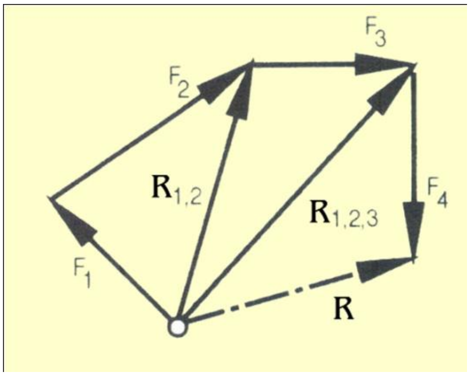
Paralel kenar metodu uygulanarak ve her kuvvet bir defa kullanılarak gerçek bileşke bulunur. Bu metotta, kuvvetlerin sıra ile ele alınması gerekmez. Her işlem sonunda, bir önceki kuvvet yok olacağından, buy metoda yok etme veya indirgeme metodu da denir. Şekil 1.29 ' da, F1 ve F2 'nin bileşkesi R1 bulunduktan sonra, R1 ile F3 'ün bileşkesi olan R2 ve R2 ile R4 'ün bileşkesi de R yani gerçek bileşkeyi verir.



Resim 1.30: İkiden fazla kuvvetler paralel kenar metodu

➢ Üçgen yöntemi

Bilindiği gibi kesişen her iki kuvvet, bileşkesi ile bir üçgen oluşturur. Buna göre F_1 ve F_2 kuvvetleri kendi doğrultularına paralel olarak uç uca dizilirse oluşan üçgenin açık kenarı, bileşke $R_{1,2}$ kuvvetini verir. Aynı nitelikte devam edilirse $R_{1,2}$ ve F_3 üçgeninde bileşke; $R_{1,2,3}$ ve F_4 üçgeninden sistemin bileşkesi, R bulunur.

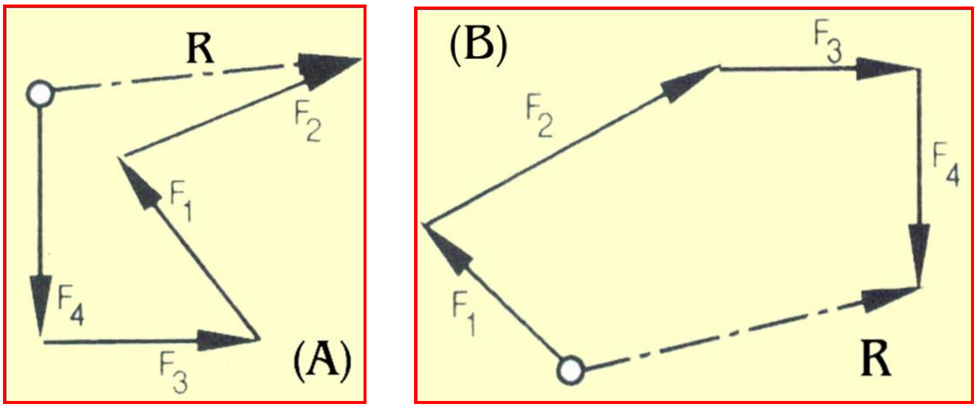


Resim 1.31: İkiden fazla kuvvetler üçgen yöntemi

- **Kuvvetler çokgeni metodu**

Bu metot, kuvvetlerin üçgen metoduna göre vektörel toplamıdır. Her vektörün, kendi doğrultusuna paralel olmak üzere uç uca eklenmesi ile bileşke bulunur.

Şekil 1.32 'ye göre birim ölçek dâhilinde, F_2 kuvveti çizilir. F_2' nin ucundan F_1' e paralel çizgi çizilir. Bu çizgi üzerinde F_1 şiddeti aynı ölçek dâhilinde işaretlenir. Bu nokta ile başlangıç 0 noktası arasını yani üçgeni kapatan doğru R bileşkesini verir. R 'nin aynı ölçek dâhilinde dönüşüm değeri şiddetini verir. Özellikle ikiden fazla kuvvetlerin bileşkesinin bulunmasında kolaylık sağlar.



Resim 1.32: Kuvvetler çokgeni yöntemi

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ **Kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması ile ilgili hesapları yapınız.**

TRİGONOMETRİ CETVELİ

Açı	sin	tan	cot	cos	
0	0.0000	0.0000	∞	1.0000	90
1	0.0175	0.0175	57.29	0.9998	89
2	0.0349	0.0349	28.64	0.9994	88
3	0.0523	0.0524	19.08	0.9986	87
4	0.0698	0.0699	14.30	0.9976	86
5	0.0842	0.0875	11.43	0.9962	85
6	0.1045	0.1051	9.514	0.9945	84
7	0.1219	0.1228	8.144	0.9925	83
8	0.1392	0.1405	7.115	0.9903	82
9	0.1564	0.1584	6.314	0.9877	81
10	0.1736	0.1763	5.671	0.9848	80
11	0.1908	0.1944	5.145	0.9816	79
12	0.2079	0.2126	4.705	0.9781	78
13	0.2250	0.2309	4.331	0.9744	77
14	0.2419	0.2493	4.011	0.9703	76
15	0.2588	0.2679	3.732	0.9659	75
16	0.2756	0.2867	3.487	0.9613	74
17	0.2924	0.3057	3.271	0.9563	73
18	0.3090	0.3249	3.078	0.9511	72
19	0.3256	0.3443	2.904	0.9455	71
20	0.3420	0.3640	2.747	0.9397	70
21	0.3584	0.3839	2.605	0.9336	69
22	0.3746	0.4040	2.475	0.9272	68
23	0.3907	0.4245	2.356	0.9205	67
24	0.4067	0.4452	2.246	0.9135	66
25	0.4226	0.4663	2.145	0.9063	65
26	0.4384	0.4877	2.050	0.8988	64
27	0.4540	0.5095	1.963	0.8910	63
28	0.4695	0.5317	1.881	0.8829	62
29	0.4848	0.5543	1.804	0.8746	61
30	0.5000	0.5774	1.732	0.8660	60
31	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	59
32	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	58
33	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	57
34	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	56
35	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	55
36	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	54
37	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	53
38	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	52
39	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	51
40	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	50
41	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	49
42	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	48
43	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	47
44	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	46
45	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	45
	cos	cot	tan	sin	Açı

Uygulama 1:

Trigonometri cetvelinin kullanılması

Tabloda görülen trigonometri cetvelinde,

sin α

cos α

tan α

cot α

gibi açıların trigonometrik değerleri verilmiştir. Cetvel kullanılırken açı yatay, sütundan trigonometrik fonksiyon düşey sütundan belirlenir. İki sütunun kesiştiği yer açının trigonometrik değerini verir.

Trigonometrik cetvelden

sin = 35^0 = 0,5736

cos = 35^0 = 0,8192

tan = 35^0 = 0,7002

cot = 35^0 = 1,4281

sin = 60^0 = 0,8660

cos = 60^0 = 0,5000

tan = 60^0 = 1,732

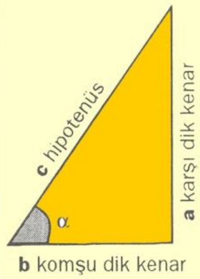
cot = 60^0 = 0,5774

Uygulama 2:

Dik üçgendeki trigonometrik bağıntılar

Dik üçgende trigonometrik bağıntılar şekildeki gibidir.

sinüs $= \dfrac{\text{karşı dik kenar}}{\text{hipotenüs}}$	$\sin \alpha = \dfrac{a}{c}$
kosinüs $= \dfrac{\text{komşu dik kenar}}{\text{hipotenüs}}$	$\cos \alpha = \dfrac{b}{c}$
tanjant $= \dfrac{\text{karşı dik kenar}}{\text{komşu dik kenar}}$	$\tan \alpha = \dfrac{a}{b}$
kotanjant $= \dfrac{\text{komşu dik kenar}}{\text{karşı dik kenar}}$	$\cot \alpha = \dfrac{b}{a}$



Uygulama 3:

Birimlerin karşılaştırılması

Birimlerin karşılaştırılması aşağıdaki gibidir.

İŞ, ENERJİ VE ISI BİRİMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Birimler	W	kW	kcal/s	kcal/h	kgm/s	PS=BG
1 W = 1 N m/s = 1 j/s	1	0,001	$2{,}388.10^{-4}$	0,860	0,102	$1{,}36.10^{-3}$
1 kW	10^{3}	1	0,2388	860	102	1,360
1 kcal/s	4187	4,187	1	3600	427	5,692
1 kcal/h	1,16	$1{,}16\ 10^{-3}$	1/3600	1	0,119	$1{,}58\ 10^{-3}$
1 kgm/s	9,81	$9{,}81.10^{-3}$	$2{,}34.10^{-3}$	8,43	1	$1{,}33.10^{-2}$
1 BG (PS)	736	0,736	0,176	632	75	1

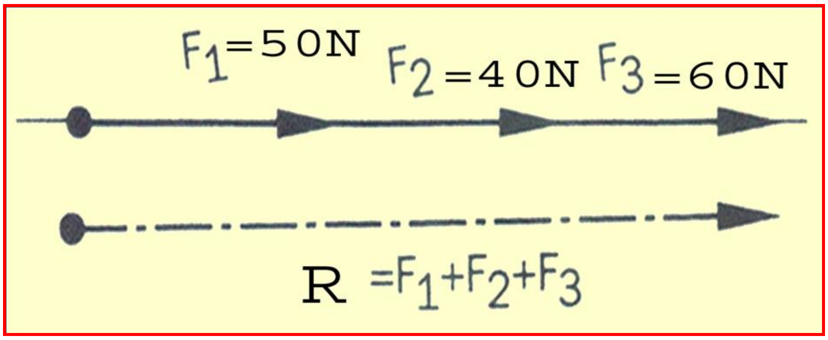
MEKANİK GERİLİMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Birimler	Pa	N/mm^2	daN/cm^2	kg/cm^2	daN/mm^2	kg/mm^2
1 Pa = 1 N/m^2	1	10^{-6}	10^{-5}	$1{,}02.10^{-5}$	10^{-7}	$1{,}02.10^{-7}$
1 N/mm^2 = 1 MPa	10^{6}	1	10	10,2	0,1	0,102
1 daN/cm^2 = 1 bar	10^{5}	0,1	1	1,02	0,01	0,0102
1 daN/mm^2 = 1 hbar	10^{7}	10	10^{2}	102	1	1,02
1 kg/cm^2 = 1 at	$9{,}81.10^{4}$	$9{,}81.10^{-2}$	0,981	1	$9{,}81.10^{-3}$	0,01
1 kg/mm^2	$9{,}81.10^{6}$	9,81	98,1	10^{2}	0,981	1

SI sistemine göre türetilen birimler

100g	**= 1 N**	**1 bar**	**= 100000 Pa**
1kg	**= 10 N = 1 daN**	**1 mbar**	**= 100 Pa**
100kg	**= 1000 N**	**1 bar**	**= 10 N/cm^2**
1kN	**= 1000 N**	**1 bar**	**= 1 daN/cm^2**

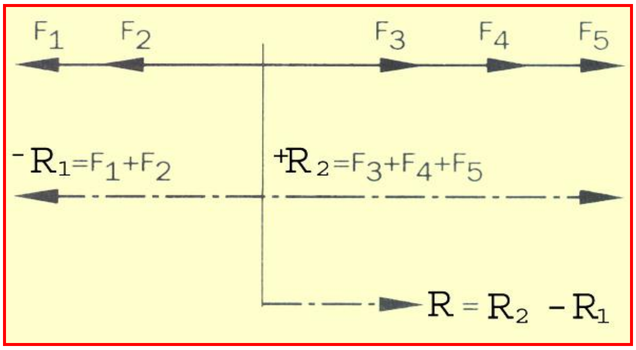
Uygulama 4: Aşağıdaki şekildeki gibi verilen kuvvetlerin bileşkelerini hesaplayınız.



Şekilde görülen kuvvetler aynı yönlü olduklarında kuvvetler toplamı bileşkeyi verir.

F_1= 50 N	$R = F_1 + F_2 + F_3$ N
F_2 = 40 N	R = 50 + 40 + 60
F_3 = 60 N	R = 150 N

Uygulama 5: Aşağıdaki şekildeki gibi verilen kuvvetlerin bileşkelerini hesaplayınız.



Çözüm:

Şekildeki kuvvetler ters yönlü olduklarından faklı yönlü kuvvetlerin bileşkeleri bulunup birbirinden çıkartılarak sistemin bileşkesi hesaplanır.

F_1 = 20 N $- R_1 = F_1 + F_2$ N

F_2 = 70 N - R_1 = 20 + 70 = 90 N

F_3 = 80 N $R_2 = F_3 + F_4 + F_5$

F_4 = 30 N R_2 = 80 + 30 + 25 = 135 N

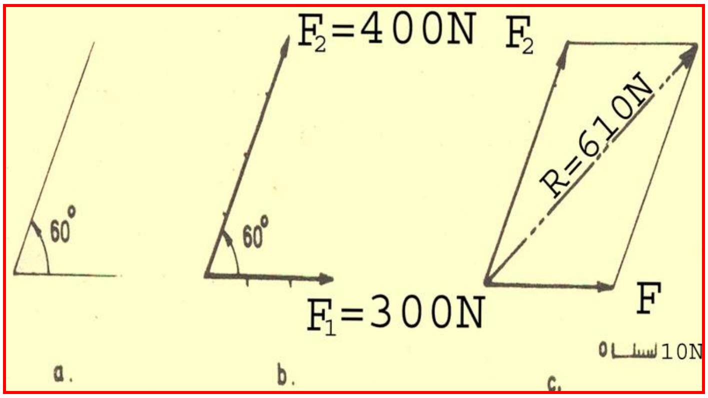
F_5 = 25 N $R = R_2 – R_1$

R = 135 – 90 = 45 N

Uygulama 6:

Kuvvetlerin bileşkesini paralel kenar metodu ile bulmak

Aralarında 60° lik bir açı bulunan 300 ve 400 N luk iki kuvvetin bileşkesini paralel kenar metodu ile bulunuz.



Çözüm: (Şekil 1.36-a) da görüldüğü gibi aralarında 60° olan iki doğru çizilir. Vektör boylan için her 10 N şiddeti gösterebilmek amacı ile (sayfa büyüklüğüne uygun olmak üzere), (Şekil 1.36-b)' deki gibi bir birim uzunluk seçip vektörleri daha önce çizdiğimiz doğrultular üzerine tatbik noktalan aynı olacak şekilde çizelim. Kuvvet uçlarından birbirine paralel çizerek bileşkenin boyunu bulalım.

Uygulama 7: Şekil 1.36' de verilen kuvvetlerin bileşkesini analitik yöntemle bulunuz.

Çözüm:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

$\alpha = 60°$ $\cos 60° = 0,5$

F1 = 300 N F2 = 400 N olarak alınırsa,

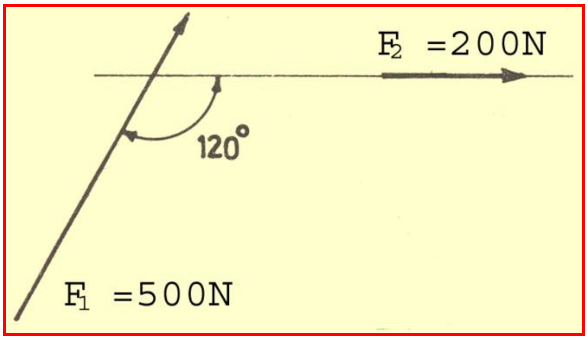
$$R = \sqrt{300^2 + 400^2 + 2 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 0,5}$$

$$R = \sqrt{90000 + 160000 + 120000}$$

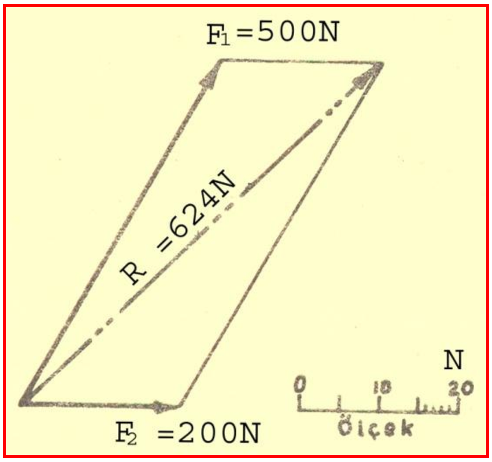
$$R = \sqrt{370000}$$

R = 608,3 N $\cong$ 610 N bulunur.

Uygulama 8: Şekilde görülen kuvvetlerin bileşkesini paralel kenar metodu ile bulunuz.



Çözüm: Kuvvetler doğrultuları üzerinde kaydırılabileceğinden F_1 ve F_2 kuvvetlerinin tatbik noktaları üst üste gelinceye kadar kuvvetler kaydırılıp, birinci örnek problemdeki metot uygulanarak sonuca gidilir.



F_1 = 500 N $\quad$ F_2 = 200 N $\quad$ $\cos\alpha$ = 60^0 $\quad$ 60^0 = 0,5

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{500^2 + 200^2 + 2 \cdot 500 \cdot 200 \cdot 0{,}5}$$

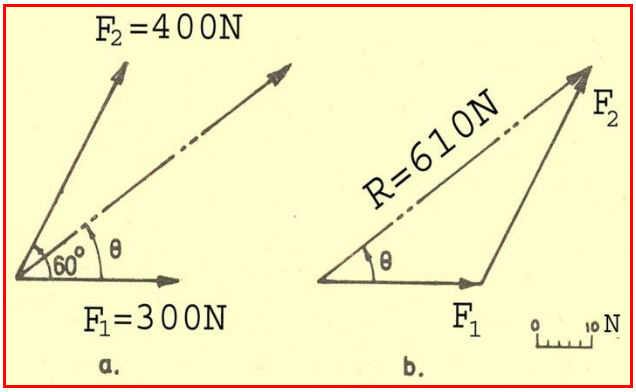
$$R = \sqrt{250000 + 40000 + 100000}$$

$R = \sqrt{390000}$

$R = 624,5$ N

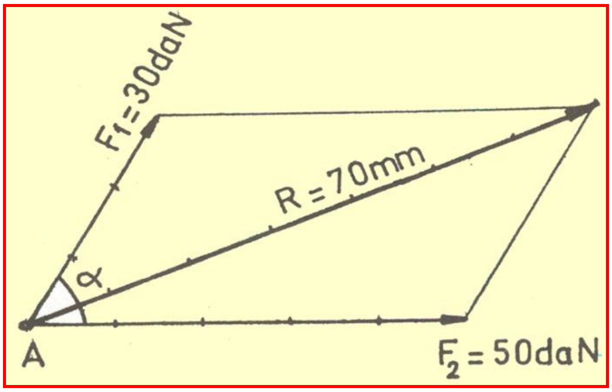
Uygulama 9:

Kuvvetlerin bileşkesini kuvvetler çokgeni metodu ile bulmak



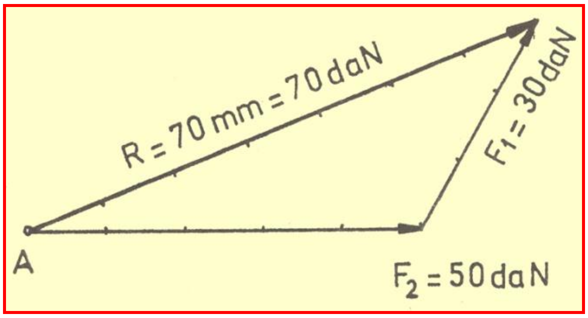
Üçgen metodu ile bileşkeyi bulabilmek için 300 ve 400 N' luk iki kuvvet Şekil 1.39-a' daki durumda çizilir. Kuvvet sisteminin üzerinde veya ona yakın bir yerde önce F1 kuvveti kendisine paralel ve eşit uzunlukta çizilir. Ucundan F2 kuvveti Şekil 1.39-b' de görüldüğü gibi eklenir. F1 kuvvetinin tatbik noktası ile F2' nin ucu birleştirilerek sistemin bileşkesinin şiddeti bulunur. Bu kuvvet sistem üzerinde yerine çizilirse bileşke bulunmuş olur.

Uygulama 10: Aralarında 60^0 açı bulunan F_1 = 30daN ve F_2 = 50 daN şiddetinde ve bir noktada kesişen iki kuvvetin bileşkesini kuvvetler çokgeni metodu ile bulunuz**.**



Çözüm:

Şekil 1.41 kuvvetler çokgeninde görüldüğü gibi, 10mm = 10 daN ölçeğinde kuvvetlerin ucuca eklenmesiyle R bileşkesi bulunur.



Analitik metot:

F_1 = 30daN $\quad$ F_2 = 50daN $\quad$ $\cos 60^0 = 0{,}5$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0{,}5}$$

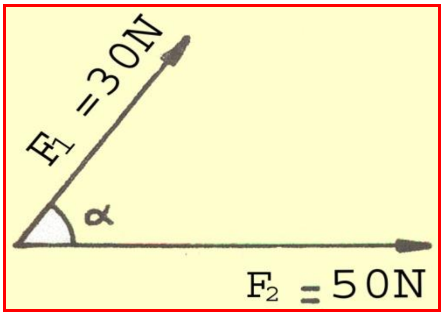
$$R = \sqrt{900 + 2500 + 1500}$$

$$R = \sqrt{4900}$$

R = 70daN

R = 700 N

Uygulama 11: F_1 = 30 N ve F_2 = 50 N şiddetindeki iki kuvvet, 0 noktasından kesişmektedir. Kuvvetler arasında ki açı,



$\alpha_1 = 30^0$ $\alpha_2 = 90^0$ $\alpha_3 = 120^0$

olduğunda bileşkelerini analitik olarak hesaplayınız

Çözüm:

$\alpha = 30^0$ $F_1 = 30$ N $F_2 = 50$ N $\cos 30^0 = 0{,}866$

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0{,}866}$

R = $\sqrt{900 + 2500 + 2598}$

R = $\sqrt{5998}$

R =77,44 N

$\alpha = 90^0$ $F_1 = 30$ N $F_2 = 50$ N $\cos 90^0 = 0$

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0}$

R = $\sqrt{900 + 2500 + 0}$

R = $\sqrt{900 + 2500}$

R = $\sqrt{2400}$

R = 48,98 N

$\alpha_3 = 120^0$ $F_1 = 30$ N $F_2 = 50$ N $\cos 120^0 = - 0{,}5$

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot (-0{,}5)}$

R = $\sqrt{900 + 2500 - 1500}$

R = $\sqrt{1900}$

R = 41,1 N

Uygulama 12: Şekilde görülen makara bir çubuk ile tutulmaktadır. Verilen kuvvetlere göre çubuğu zorlayan kuvveti analitik metot ile bulunuz.

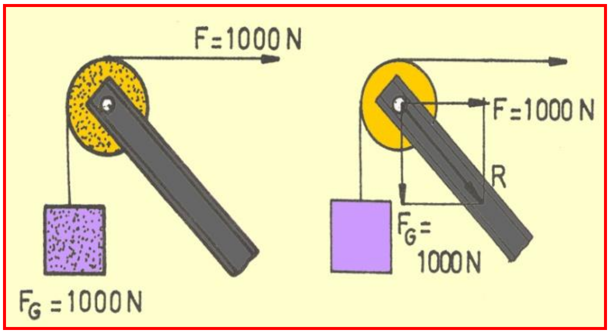
Çözüm:

F = 1000 N F_G = 1000N cos 90^0 = 0

R = $\sqrt{F^2 + F_G^2 + 2F \cdot F_G \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{1000^2 + 1000^2 + 2 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 0}$

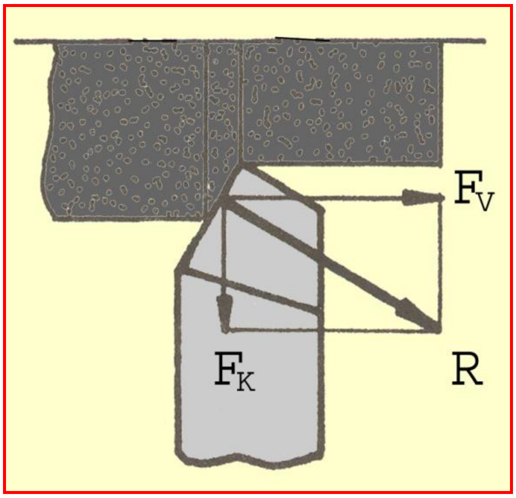
R = $\sqrt{1000^2 + 1000^2}$



R = $\sqrt{2 \cdot (1000)^2}$

R = 1000• $\sqrt{2}$ = 1000•1,414 = 1414 N

Uygulama 13: Şekildeki tornalama işleminde kaleme gelen kuvvetler F_V = 80 N F_K = 60 N olduğuna göre bileşke kuvveti analitik olarak bulunuz.



Çözüm:

F_V = 80 N F_K = 60 N $\alpha = 90^0$ $\cos 90^0 = 0$

R = $\sqrt{F_V^2 + F_K^2 + 2F_V \cdot F_K \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{80^2 + 60^2 + 0}$

R = $\sqrt{6400 + 3600}$

R = $\sqrt{10000}$

R = 100 N

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için Evet, kazanamadığınız beceriler için Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1	Dar açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesini hesapladınız mı?		
2	Dik açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesini hesapladınız mı?		
3	Geniş açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesini hesapladınız mı?		
4	İkiden fazla sayıdaki kuvvetlerin bileşkesini buldunuz mu?		
5	Paralel kenar metodu ile kuvvetlerin bileşkesini buldunuz mu?		
6	Paralel kenar metodu ile kuvvetlerin bileşkesini buldunuz mu?		
7	Analitik metodu ile kuvvetlerin bileşkesini buldunuz mu?		
8	Grafik metot ile kuvvetlerin bileşenlerini buldunuz mu?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin başında boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. ( )Mekanik cisimlere etki eden kuvvetlerin oluşturduğu hareketleri inceler.

2. ( )Motorun yapısı mekaniğine güzel bir örnektir.

3. ( )Kriko katıların mekaniğine güzel bir örnektir.

4. ( )CGS birim sisteminde birimler; metre kilogram ve zamandır.

5. ( )MKS birim sisteminde, kuvvet birimi Newton'dur.

6. ( )Tepki kuvvetinin doğrultusu, oluştuğu yüzeye diktir.

7. ( )İki veya daha fazla kuvvetin yapabileceği etkiyi tek başına yapabilen kuvvete, bileşke denir.

8. ( )Geniş açıda kesişen kuvvetlerin bileşkesi $F = F_1 + F_2$ formülü ile hesaplanır.

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

9. Madde üzerinde şekil veya hareket değişikliği oluşturan etkiye,……… denir.

10. Kuvvet vektörünün dört elemanı vardır. Bunlar:

A) ………………….

B) …………………..

C) …………………..

D) …………………… dır.

11. Çekimsel mgs birim sistemine göre, kuvvet birimi …………..dır.

12. Bir Kuvvetin uygulama noktası, ………. üzerinde kaydırılırsa ……… <u>değişmez</u>.

13. Dar açıda Kesişen kuvvetlerin bileşkesi, bu kuvvetleri kenar kabul eden …….. …….. ………. geçen köşegenidir.

14. Dik açıda kesişen kuvvetlerin arasındaki açı ………..'dir

15. Kesişen kuvvetler, doğrultularına parelel olarak uç uca dizildiklerinde kuvvetler arası açıklığı kapatan kenar ……… verir.

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

16. Halat çekme oyununda halatın A ucundan 3 çocuk; F_1 = 250 N, F_2 =325 N, F_3 = 225 N kuvvetlerle asılıyorlar. B' ucundan başka 3 çocuk sırası ile, F_4 = 200 N F_5 = 300 N F_6 = 275 N 'luk kuvvetlerle çekerlerse, hangi taraf oyunu kazanır? Çekme yönü ne olur?

17. Aralarında 150^0 lik açı olan 1000 ve 1200 N luk kuvvetlerin bileşkesini analitik olarak bulunuz.

18. Aynı doğrultulu ve ters yönde 600 N ve 500 N luk kuvvetler ile ters yöndeki 250 N ve 220N'luk dört kuvvet sıralanmıştır. Bu kuvvetlerin bileşkesini bulunuz.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Kuvvetlerin bileşenlerinin bulunması ili ilgili hesapları yapabileceksiniz.

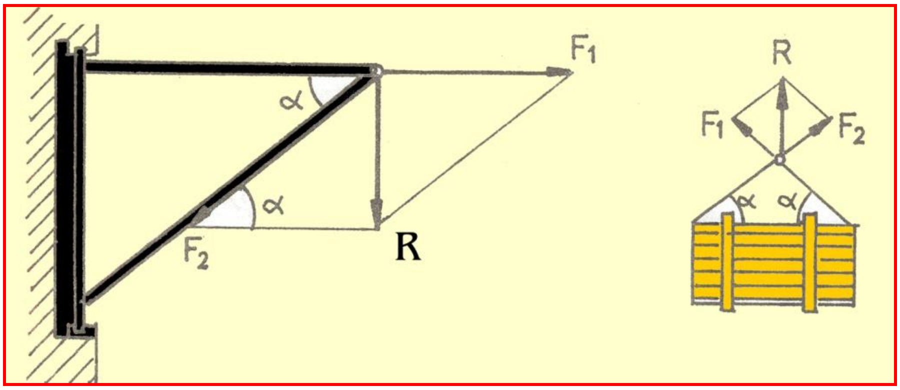
ARAŞTIRMA

- Bileşen kuvvetler nelerdir, bileşke kuvveti ile farkları nelerdir, bileşen kuvvetlerin bulunmasında uygulanan yöntemler nelerdir. Analitik ve grafik yöntemi açıklayınız.

2. KUVVETLERİN AYRIŞTIRILMASI VE BİLEŞENLERİNİN BULUNMASI

2.1. Bileşen Kuvvetlerin Tanımı

Kuvvet vektörel bir miktar olduğundan birleştirilmesi gibi, bileşenlere ayrılması vektörel (Paralel Kenar Metoduna göre) olarak yapılır.



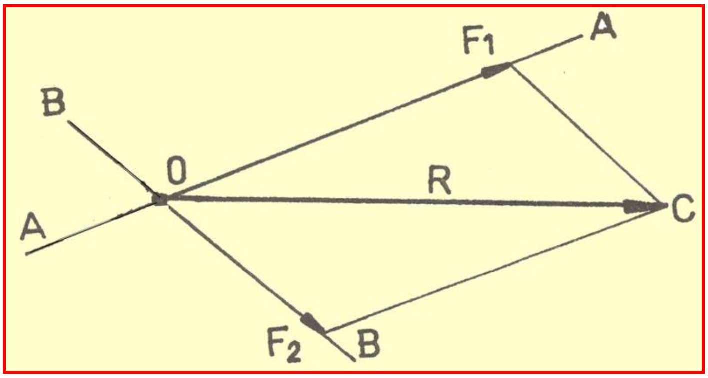
Resim 2.1: Ayrıştırma ve bileşenler

Kuvvetlerin ayrıştırılması ile oluşan kuvvetlere "bileşen" denir. Bileşke kuvvetinin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine "bileşen kuvvet" denir.

2.2. Grafik Metotla Bileşenleri Bulma

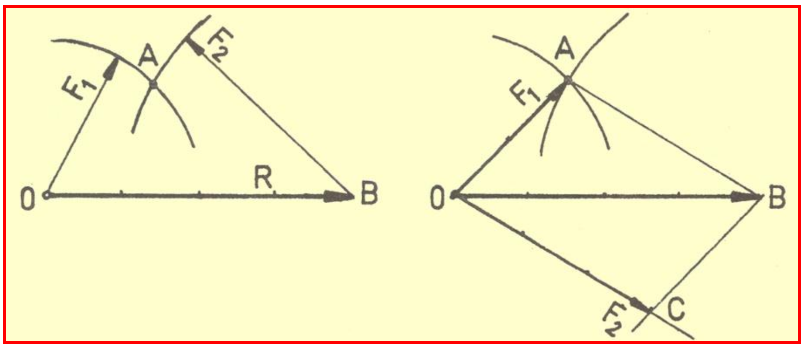
Bir kuvvet, paralel kenar metodu ile etki doğrultusu üzerinde bir noktadan geçen iki bileşene ayrılabilir. Aslında bileşenler, bileşke kuvveti köşegen kabul eden paralel kenarın kenarlarına eşit vektörlerdir.

Şekil'de bileşke ve AA ile BB doğrultuları bellidir. Buna göre F_1 ve F_2 bileşenlerinin bulunması bir ölçek dâhilinde R bileşkesi çizilir. Bu bileşkenin ucundan AA ve BB doğrultularına paraleller çizilir. Bunun sonucunda doğrultular ile birleştirildiğinde F_1 ve F_2 bileşenleri bulunur.



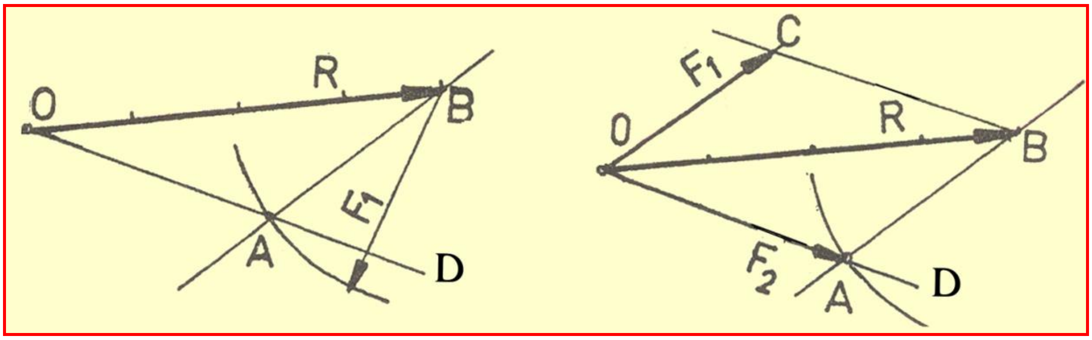
Resim 2.2: Ayrıştırma grafik yöntemi

Bir kuvvet, bileşenlerinin şiddetleri belli, doğrultuları belli olmadığında iki bileşene ayrılabilir. Şart, $F_1 + F_2 > R$ olmalıdır.



Resim 2.3: Ayrıştırma grafik yöntemi

Şekildeki gibi, F1 ve F2 ile R'nin şiddetleri belli değildir. Buna göre ayrıştırma şu şekilde bulunur. Bir ölçek dâhilin de R bileşkesi çizilir. Yine aynı ölçek dâhilinde F1 kuvveti alınır, pergel bu değer kadar açılır ve O ucundan bir yay çizilir. Aynı şekilde F2 alınır, yine pergelle bu değer kadar açılır ve biraz önceki yay kestirilir. Meydana gelen A noktası ile O noktası arasındaki doğru üzerinde F1 kuvveti işaretlenir. Daha sonra B ucundan F1'e ve O ucundan AB'ye paraleller çizildiğinde kesim noktası C ile O noktalarını birleştiren doğru üzerinde de F2 bileşeni işaretlenir.



Resim 2.4: Ayrıştırma grafik yöntemi

Bir kuvvet, bileşenlerinden birinin şiddeti, diğerinin doğrultusu belli olduğunda iki bileşene ayrılabilir. Şekilde görüldüğü gibi, R bileşkesi F_2' nin doğrultusu ve F_1' ın şiddeti bellidir.

Belli bir ölçek dâhilinde R bileşkesi çizilir. Pergel aynı ölçekle F_1 kadar açılır, B ucundan itibaren ON doğrultusu üzerinde kestirilir. Bulunan AB doğrusu F_1' e eşittir. Dolayısı ile O ucundan AB doğrusuna bir paralel çizilir ve üzerinde F_1 işaretlenir. Daha önce bulunan OA doğrusuda F_2' ye eşittir.

2.3. Analitik Metotla Bileşenlerini Bulma

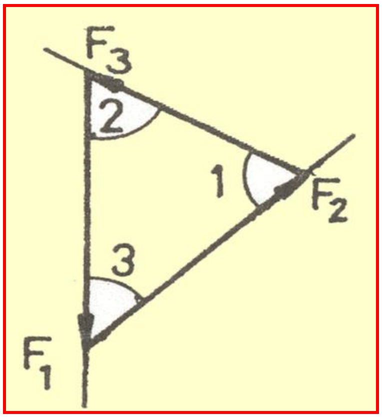
Bir kuvvetin iki bileşene ayrılması, kuvvetlerin ayrıştırılmasının temelini oluşturur. Bu nedenle kuvvetlerin bileşenlerine ayrılmasında uygulanan yöntemler şunlardır:

2.3.1. Sinüs (Lami) Teoremi

Bu teoremin uygulanılabilmesi için, kuvvet sayısı üç olmalı ve bir noktada kesişmelidir. Ayrıca, kuvvetlerin vektörel toplamı sıfıra eşit olmalıdır. Yani kuvvetlerin uç uca toplamında üçgen kapanmalıdır.

2.3.1.1. İç Lamiye (Sinüs) Göre

Bu teorem, dik üçgenlere ayrılamayan kuvvetlerin ayrıştırılmasında kolaylık sağlar. Bir kuvvet ayrıştırılacağı kuvvetlerle gelişi güzel bir üçgen oluşturduğunda, kuvvetlerin karşılarındaki açılar biliniyorsa, Lami Teoremi'ne göre işlem yapılır.



Resim 2.5: İç Lami (sinüs) Teoremi

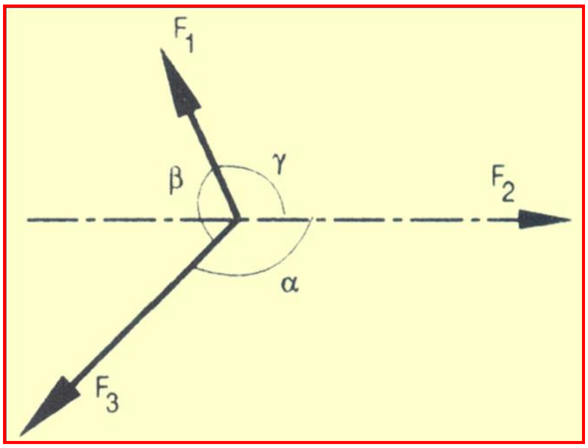
Teoreme göre, bileşke ve bileşen kuvvetlerin üçgeninde, kuvvetlerin karşılarındaki açıların sinüslerine oranı sabittir.

$$\frac{F_1}{\sin_1} = \frac{F_2}{\sin_2} = \frac{F_3}{\sin_3} \qquad \text{olur.}$$

Açıların sinüsleri belli olduğundan orantılarında F_1 F_2 ve F_3 ayrışan kuvvetleri, analitik olarak bulunur.

2.3.1.2. Dış Lamiye (Sinüs) Göre

Lami Teoremi'ne göre, kesişen üç kuvvet dengede isi bunlardan herhangi birinin, öbür ikisi arasındaki açının sinüsüne oranı sabittir. Kuvvetler arası açı bilindiği takdirde, Lami Teoremi'ne göre problem çözülür.



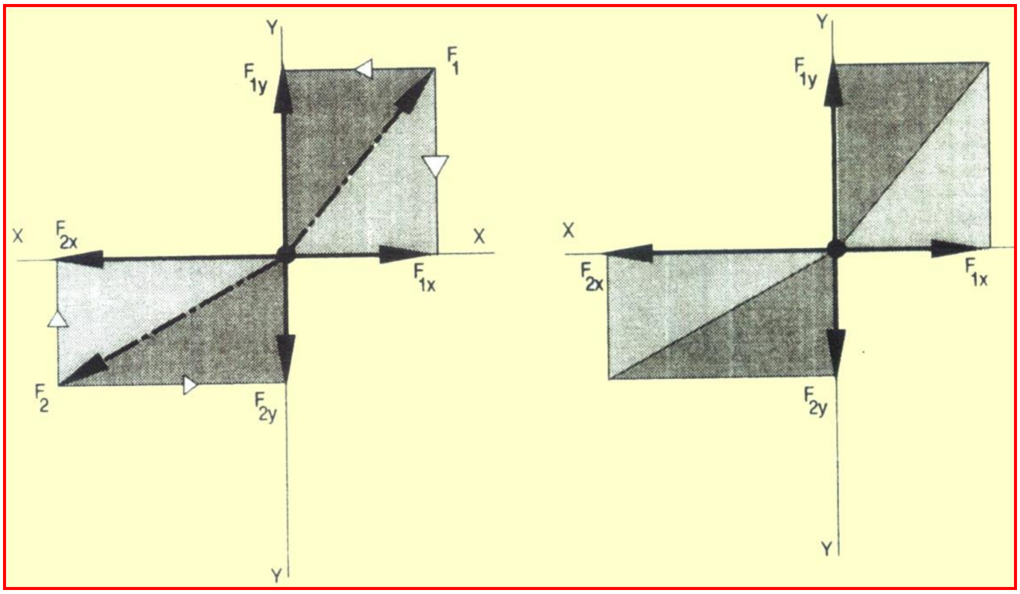
Resim 2.6: Dış Lami (Sinüs) Teoremi

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma} \qquad \text{olur.}$$

2.3.2. İz düşüm Yöntemine Göre

İz düşüm yöntemi, genel bir yöntem olup her türlü kuvvetlere uygulanabilir. Bu yöntemde, kuvvetlerin yatay ve düşey koordinatlara göre durumları değerlendirilir.

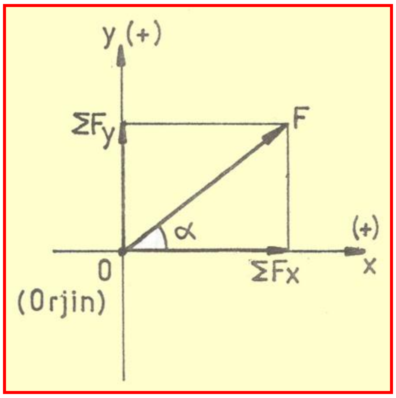
Doğrultuları aynı noktada kesişen ve aynı düzlemde bulunan kuvvetlerin dengede olabilmeleri için, bileşkelerinin sıfır olması gerekir. Denge şartı için; Fx = O, Fy = O olmalıdır. Bunu gerçekleştirebilmek için, kuvvetler koordinatlar sistemi içinde incelenir (x,y). Orijin noktasında (O) kesişen her bir kuvvetin, eksenler üzerindeki dik görüntüleri yani iz düşümleri bulunur (Şekil 2.6 iz düşümü yöntemi).



Resim 2.7: İki kuvvetin iz düşüm bileşenleri izdüşüm bileşenlerinin durumu

Her koordinat üzerinde bileşenlerin toplamları alınarak, tek kuvvete dönüştürülür. Sonuçta, x ve y eksenleri üzerinde birer kuvvet meydana gelir. Bunlarında tekrar bileşkesi bulunarak, sistemi etkileyen kuvvet ve eksenle yaptığı açı bulunur.

Statiğin temel prensibi uyarınca, F kuvvetinin doğrultusu üzerinde ancak ters yönde ve F kuvvetine eşit bir kuvvet, sistemi sıfırlar, yani dengeyi sağlar. Sonuç olarak;



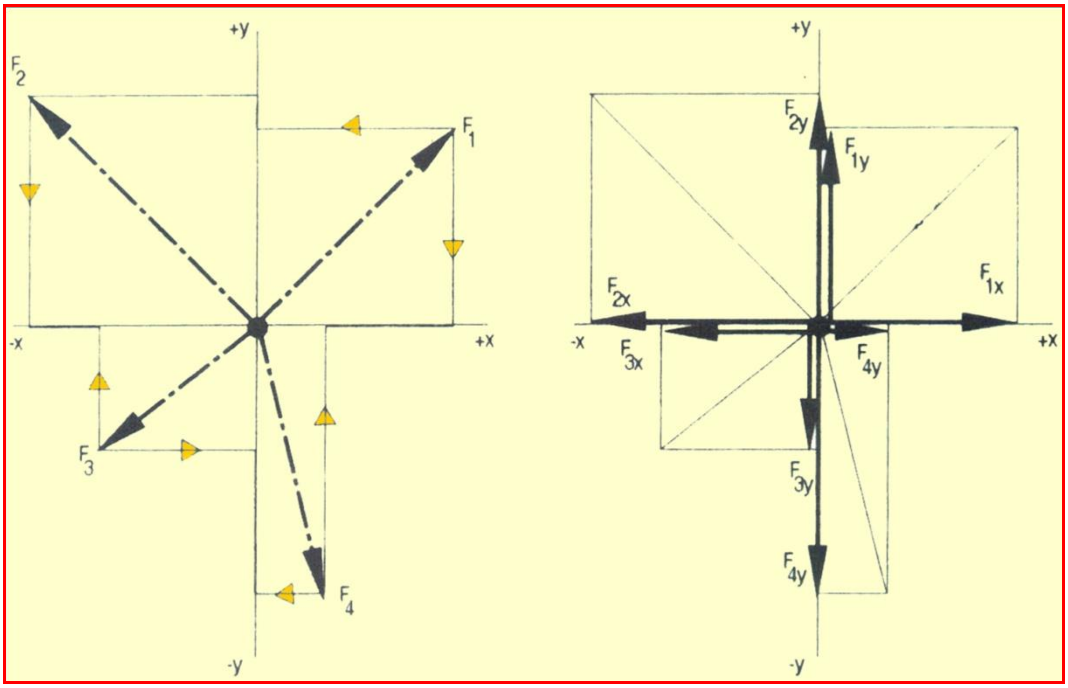
Resim 2.8. İki kuvvetin izdüşümü

$R^2 = Fx^2 + Fy^2 = O$

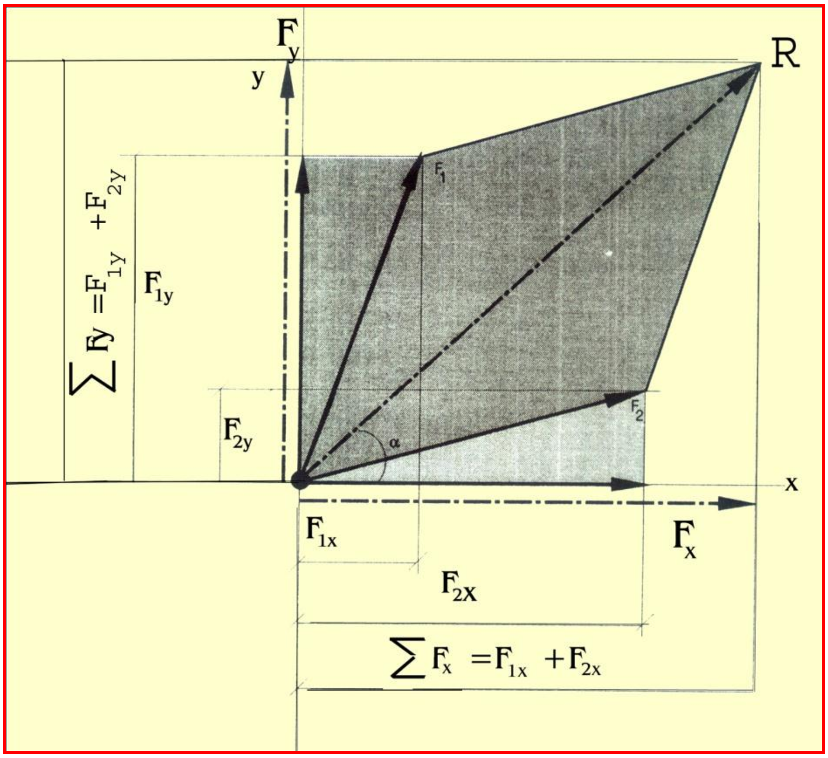
Fx = O (x iz düşümlerinin toplamı sıfır)

Fy = O (y iz düşümlerinin toplamı sıfır)

Durumları denge şartlarını gerçekleştirir. Sonuçta, bu şartlarda iki bilinmeyenli denklemler çözülebilir.



Resim 2.9: Çok sayıda kuvvetin iz düşümü kuvvetlerin iz düşüm bileşenlerinin ayrı ayrı durumu



Resim 2.10: İz düşüm Yöntemine Göre bileşke

Bir kuvvetin ayrıştırılmasında iz düşüm bileşenleri hesaplanırken sinüs teoremindeki dik üçgenden yararlanılır. Yani her kuvvetin kendi iz düşüm bileşenleri ile dik üçgen oluşturduğu düşünülür.

Sistemdeki bir F kuvvetinin yatay iz düşüm kuvveti Fx ve düşey iz düşüm kuvveti

Fy ‘dir. Sistemdeki birden fazla kuvvet (F_1 ; F_2;….) varsa kuvvetlerin yatay bileşenleri F_{1x}, F_{2x} olur (Şekil: 2.6).

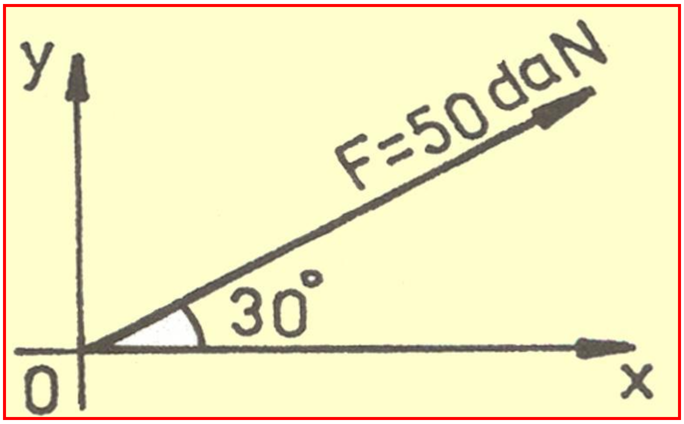
$R = (\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2$ ve

$$\tan\alpha = \frac{\sum \mathrm{Fy}}{\sum Fx}$$ olur.

UYGULAMA FAALİYETİ

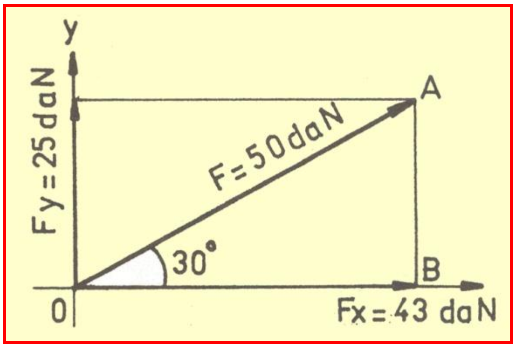
Kuvvetlerin bileşenlerinin bulunması ile ilgili hesapları yapınız.

Uygulama 1:
Şekilde görülen F kuvvetinin x ve Y iz düşümlerini grafik ve analitik metotla bulunuz.



Çözüm:

x ve y koordinatları çizilir ve x koordinatı ile 30^0 açı yapan bir doğrultu ve onun üzerinde F kuvveti işaretlenir. F kuvvetinin ucundan koordinatlara gönderilen dik ışınların, koordinatları deldiği düşünülen noktaların O noktası ile birleştirilmesi sonucunda iz düşümleri bulunur.



F_X = 43 mm = 43 daN

F_Y = 25mm = 25 daN

İki kuvvet bulunduğu için, Lami (Sinüs) Teoremi uygulanmaz. Trigonometrik fonksiyonlardan faydalanarak çözüme gidilir.

Buna göre OAB dik üçgeninden $\cos 30^0 = \dfrac{F_X}{F}$

$F_X = 50 \cdot \cos 30^0$

$\text{Cos } 30^0 = \dfrac{F_X}{50}$ $F_X = 50 \cdot 0{,}866$

$F_X = 43{,}3$ daN

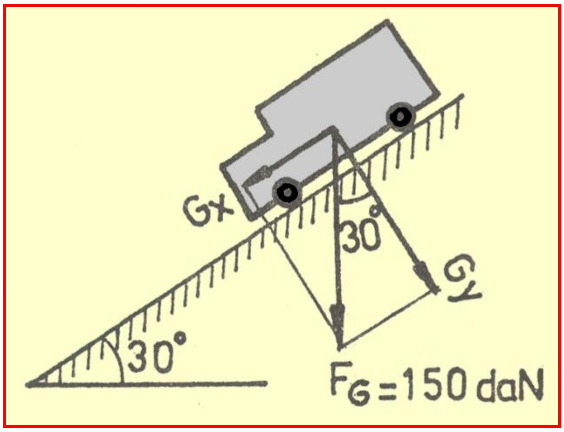
$F_Y = 50 \cdot \sin 30^0$

$\text{Sin } 30^0 = \dfrac{F_Y}{50}$ $F_Y = 50 \cdot 0{,}5$

$F_Y = 25$ daN

Uygulama 2:

Şekilde görülen eğik düzlemdeki cisim ağırlık kuvvetinin sonucu olarak ne kadar bir kuvvetle çekilir. Grafik ve analitik metotla çözünüz.



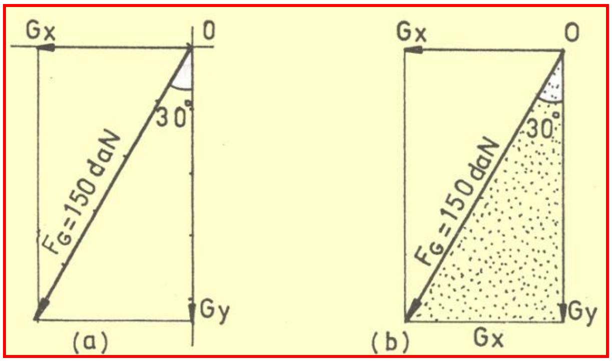
Çözüm:

Grafik çözüm örnek 1 Şekil 2.14'teki gibidir.

$F_G = 150$ daN

$\alpha = 30^0$

Ölçek:



30 daN = 10 mm

F_G = 150daN = 50

$G_X = 25\text{ mm} = \dfrac{25\cdot 30}{10} = 75\text{ daN}$ $\qquad$ $G_Y = 43\text{ mm} = \dfrac{43\cdot 30}{10} = 129\text{ daN}$

Analitik çözüm:

$\sin 30 = \dfrac{G_X}{G}$

$G_X = G\bullet\sin 30^0 = 150\bullet 0{,}5 = 75\text{ daN}$

$\text{Cos } 30^0 = \dfrac{G_Y}{G}$

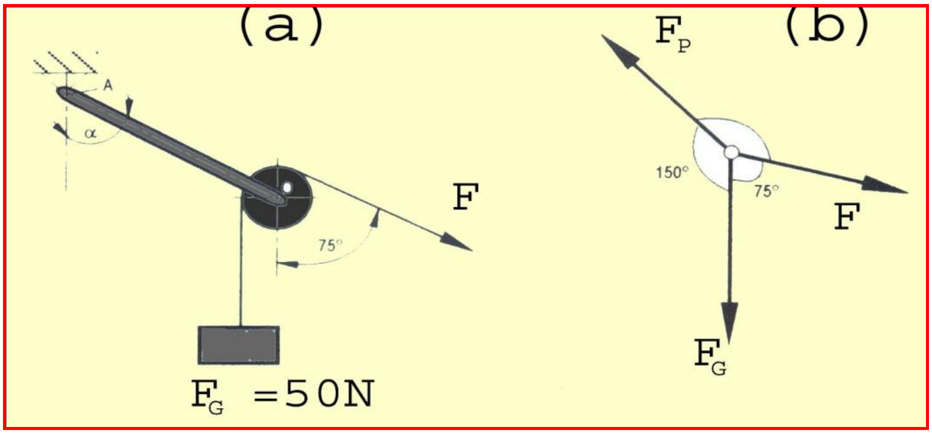
$G_Y = G\bullet\cos 30^0 = 150\bullet 0{,}866 = 129{,}9\text{ daN}$

Uygulama 3:

Şekil'deki sistem dengededir. α = 30° eğik ve 50 N yüklü makaranın çubuğundaki denge kuvveti ne kadar olur?

Çözüm:

Sistemin sabit makarasından dolayı F_G = F = 50 N (yük = kaldıran kuvvet) olmaktadır. Burada F_G ve F kuvvetleri, makara çubuğundaki Fp kuvvetiyle dengelenmektedir. Böylece kuvvet diyagramı, şekil 4.15 b' deki gibi olur. Lami Teoremi'ne göre çözüm yapılabilir:



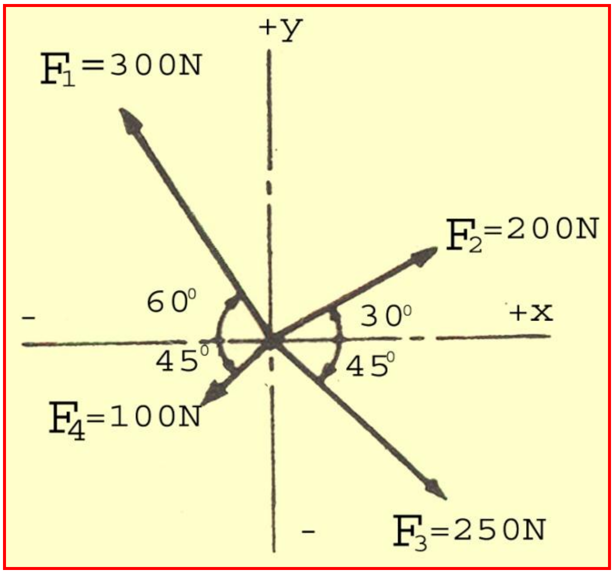
F_G – F_P arası açı $180^0 – 30^0 = 150^0$ olduğundan

$$\frac{F}{\sin 150^0} = \frac{F_P}{\sin 75^0} \quad \text{den,} \quad F_P = \frac{F \cdot \sin 75^0}{\sin 150^0} = \frac{50 \cdot 0{,}9659}{0{,}5} = 96{,}59N$$

Kesişen üç kuvvetten ikisinin bileşkesi, üçüncü kuvvete eşitse üçüncü kuvvetin bileşenleri de bu iki kuvvete eşit demektir. Bu durumda dengedeki sistem, bileşke kuvvetin iki bileşenini bulmak şeklinde de çözülür. Çözümde üçgenlere ayırma yöntemi uygulanabiliyorsa, gerektiğinde bu yolla da sonuca gidilebilir.

Uygulama 4:

Şekilde görülen kuvvet sisteminin bileşkesini iz düşüm metoduna göre bulunuz.



Çözüm:

Analitik metot: Bu metotta eğimleri belli olan kuvvetler aynı tatbik noktasında geçtiği düşünülür, bu nokta aynı zamanda bileşkenin tatbik noktası veya geçeceği bir nokta olduğuna göre, bu noktadan geçmek üzere koordinat eksenleri alınır. Kuvvetlerin izdüşümleri bu eksenler üzerine düşürülür. Bu nedenle her kuvvet birbirine dik iki bileşene ayrılmış olur. Aynı eksen üzerinde bulunan kuvvetler yönlerine göre matematiksel olarak toplanır.

X ekseni üzerindeki bileşenlerin toplamı:

F_1 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $Fx_1 = - F_1 \bullet \cos\alpha_1$

F_2 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X2} = F_2 \bullet \cos\alpha_2$

F_3 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X3} = F_3 \bullet \cos\alpha_3$

F_4 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X4} = - F_4 \bullet \cos\alpha_4$

$$\sum F_X = -F_{X1} + F_{X2} + F_{X3} - F_{X4}$$

$$\sum F_X = -F_1 \cdot \cos\alpha_1 + F_2 \cdot \cos\alpha_2 + F_3 \cdot \cos\alpha_3 + \left(-F_4 \cdot \cos\alpha_4\right)$$

Y ekseni üzerindeki bileşenlerin toplamı

F_1 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y1} = F_1 \bullet \sin\alpha_1$

F_2 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y2} = F_2 \bullet \sin\alpha_2$

F_3 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y3} = - F_3 \bullet \sin\alpha_3$

F_4 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y4} = - F_4 \bullet \sin\alpha_4$

$$\sum F_Y = F_{Y1} + F_{Y2} - F_{Y3} - F_{Y4}$$

$$\sum F_Y = F_1 \cdot \sin\alpha_1 + F_2 \cdot \sin\alpha_2 + (-F_3 \cdot \sin\alpha_3) + (-F_4 \cdot \sin\alpha_4)$$

Bütün kuvvetlerin eksenler üzerindeki bileşenleri bulunup toplandıktan sonra yapılacak iş tatbik noktaları bir ve aralarındaki açı 90^0 olan iki kuvvetin bileşkesini bulmaktan ibarettir. Bu da daha önce gördüğümüz gibi

$R = \sqrt{\sum F_X^2 + \sum F_Y^2}$ denklemi ile bulunur.

Kuvvetlerin X ve Y eksenine göre iz düşümleri bulunurken işaretlerine çok dikkat etmek gerekir. Terimler bileşenlerin yönlerine göre pozitif veya negatif olarak işaretlenir. Bu işaretlemede X ekseni üzerinde yönleri sağa doğru olan kuvvetler (+) pozitif sola doğru olanlar (-) negatif olarak Y ekseni üzerinde ise yukarı doğru olanlar (+) pozitif aşağı doğru olanlar (-) negatif olarak işaretlenir.

$$\sum F_X = (-300 \cdot \cos 60^0) + 200 \cdot \cos 30^0 + 250 \cdot \cos 45^0 + (-100 \cdot \cos 45^0)$$

$$\sum F_X = 129{,}2N$$

$$\sum F_Y = 300 \cdot \sin 60^0 + 200 \cdot \sin 30^0 + (-250 \cdot \sin 45^0) + (-100 \cdot \sin 45^0)$$

$$\sum F_Y = 112{,}4N$$

$$\text{R} = \sqrt{\sum F_X^2 + \sum F_Y^2}$$

$$\text{R} = \sqrt{(129{,}2)^2 + (112{,}4)^2}$$

R = 17,12 N bulunur.

Bileşkenin X ekseni ile yapmış olduğu açı,

$$\tan \alpha_X = \frac{\sum F_Y}{\sum F_X} = \frac{112{,}4}{129{,}2} = 0{,}869$$

$\tan \alpha_X = 0{,}869 = \alpha_X = 41^0$ olur.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için Evet, kazanamadığınız beceriler için Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1	İç lamiye göre kuvvetlerin bileşenlerini buldunuz mu?		
2	Diş lamiye göre kuvvetlerin bileşenlerini buldunuz mu?		
3	İzdüşüm yöntemine göre kuvvetlerin bileşenlerini buldunuz mu?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Kuvvetlerin ayrıştırılması ile oluşan kuvvetlere ………..denir. Bileşke kuvvetinin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine ………… denir.

Aşağıdaki cümlelerin başında boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

2. ( )Bileşenler, bileşke kuvveti köşegen kabul eden paralelkenarın kenarlarına eşit vektörlerdir.

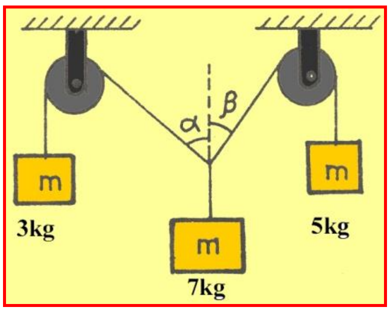
3. ( )Lami (Sinüs) Teoremi dik üçgenlere ayrılamayan kuvvetlerin ayrıştırılmasında kolaylık sağlar.

4. ( )Lami Teoremi'ne göre, bileşke ve bileşen kuvvetlerin üçgeninde, kuvvetlerin karşılarındaki açıların cosinüslerine oranı sabittir.

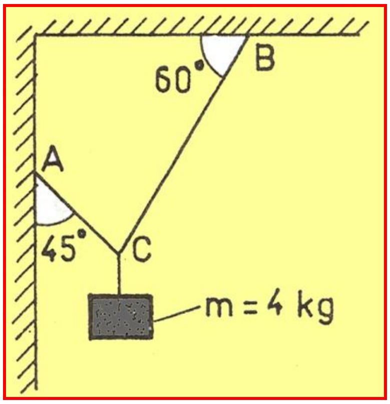
5. ( )İz düşüm yöntemi, sistemdeki kuvvetleri birbirine dik x ve y koordinatları doğrultusunda ayrıştırmak için kullanılır.

6. ( )Şekilde görülen denge halindeki sürtünmesiz makara sisteminde α ile β açılarını analitik metotlarla bulunuz.

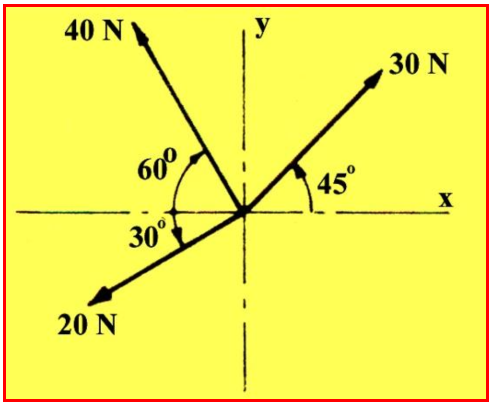
Aşağıdaki soruları cevaplayınız.



7. Şekilde görülen askı sistemindeki iplere m = 4 kg kütle ağırlığındaki bir cismi dengelemektedir. AC ve BC iplerine tesir eden kuvvetleri analitik metotla bulunuz.



8. Şekildeki kuvvet sisteminin bileşkesini ve bileşkenin X ekseni ile yapmış olduğu açıyı analitik olarak bulunuz.



DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-3

AMAÇ

Moment ve mesnet hesapları yapabileceksiniz.

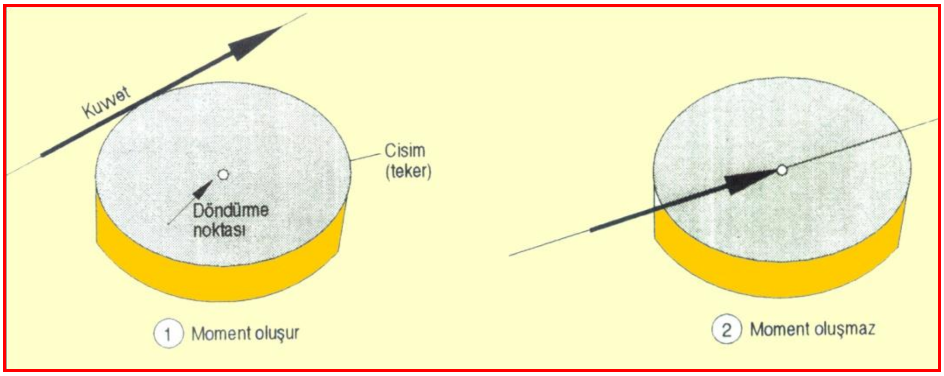
ARAŞTIRMA

- Moment nedir, nasıl hesaplanır. Çeşitli moment alma yöntemlerini araştırınız.

3. MOMENT VE MESNET TEPKİLER

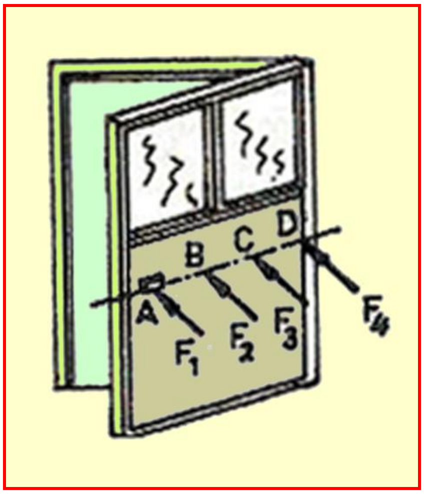
3.1. Momentin Tanımı

Kuvvetin döndürme etkisine moment denir Momentin oluşabilmesi için cisme etki eden kuvvetin doğrultusu, döndürme noktasının dışından geçmelidir Aksi hâlde moment oluşmaz (Şekil:3.1). Bir momentin değeri, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvet kolunun uzunluğu çarpımı kadardır (Kuvvet kolu uzunluğu, döndürme noktasından kuvvetin doğrultusuna inilen dikmenin boyudur.).



Resim 3.1:Moment

Şekilde görülen kapıyı, çeşitli noktalarından iterek kapatmaya çalışalım. Kapının A noktasında F_1 kuvveti ile rahat itilerek kapatıldığını ve menteşe etrafında döndüğünü gözleriz. B noktasında, F_2 kuvveti ile biraz zor, C noktasında daha zor, itilerek kapatıldığını anlarız. D noktasında (menteşe ekseni), ne kadar çok kuvvet uygulanırsa uygulansın kapının dönme hareketi yapmadığı ve kapanmadığını görürüz.

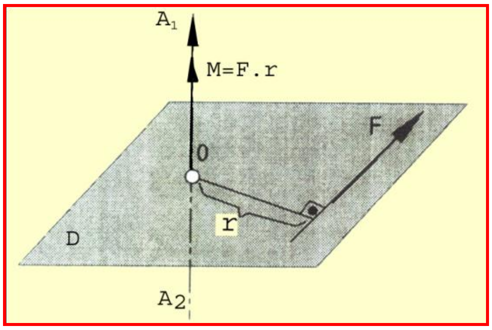


Resim 3.2

Sonuç olarak, uygulanan kuvvetler menteşeden uzaklaştıkça kapının dönme hareketinin kolaylaştığı aksi durumda ise zorlaştığı tespit edilmektedir. Menteşeler, moment noktasından geçen eksen üzerinde olduğundan, kuvvet uygulansa da kapının dönme hareketi yapmadığı da görülmüştür. Buna göre moment olabilmesi için, kuvvet uygulanan cismin bir eksen etrafında dönmesi, gerekmektedir. Bir kuvvet, doğrultusu üzerinde kaydırılırsa da momentin değeri korunur.

3.2. Noktaya Göre Moment Alma

Kuvvetin **(F)** momenti için seçilen nokta (0), bir eksenin kuvvet düzlemini deldiği noktadır. Bu noktadan kuvvet doğrultusuna inilen dikmenin uzunluğu (r), kuvvet kolunu verir. Böylece noktaya ve eksene göre. Moment, **M0 = F•r** olur. Burada moment ekseninin kuvvet düzlemini deldiği noktaya moment merkezi denir. Moment bir çarpım olduğundan; merkezi ya da ekseninin belirlenmesi ve iki elamanın bilinmesi gerekir. Bunlardan biri eksik olursa moment tanımlanamaz. Moment genellikle **(M)** ile gösterilir. Ancak alındığı noktayı da belirlemek için bu harfin sağ alt köşesine bir işaret konulabilir (İndis). Bir noktaya göre momentlerin toplamı da, **(Σ)** işareti ile belirtilir. Bir **(0)** noktasına göre alınan momentlerin toplamı, **(ΣMo)** şeklinde ifade edilir



Resim 3.3

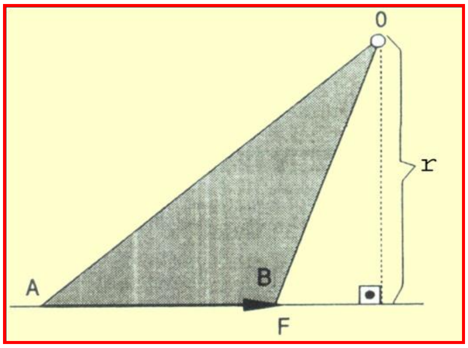
M = Moment **Nm**

F = Kuvvet **N**

r = Kuvvet kolu ise **m**

M = F•r **Nm** olur.

Kuvvet, yönlü büyüklük olduğu için, bunun bir uzaklıkla çarpımı olan moment de yönlü bir büyüklük olur. Bu nedenle moment bir vektörle gösterilebilir (Şekil:3.3)' e dikkat edilecek olursa bir kuvvetin momenti, kuvvetin şiddeti taban ve moment merkezi de tepe noktası olmak üzere çizilen üçgen alanının iki katı kadardır. OAB üçgeninde, F kuvveti taban; r moment kolu da yüksekliktir.



Resim 3.4

Üçgen alanı, $A = F \bullet r \bullet \frac{1}{2}$ m olur.

Moment, üçgen alanının iki katı olacağından.

$M = 2 \bullet \frac{F \bullet r}{2}$ Nm sonucu çıkar.

M=F•r Nm

Birimi: M=N•m=1j (SI sistemine göre)

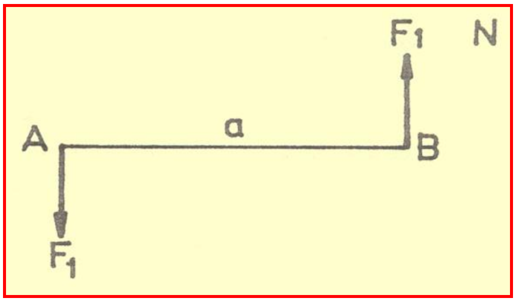
M=dyn•cm=1Erg

$1N = 10^5 dyn$

Bir düzlem üzerinde birden fazla kuvvet bulunabilir. Bunlardan bazıları saat akrebi yönünde, bazıları da ters yönde döndürme etkisi yapabilirler. Bunlarla ilgili olarak, işaretleri kendimizde seçebiliriz. Saat akrebi yönü (-) negatif, ters yönü (+) pozitif alınması alışılagelmiştir. Ancak bu bir kural değildir. Daha önce de söylenildiği gibi, yönleri arzu ettiğimiz şekilde işaretleyebiliriz. Ancak burada önemli olan yönleri başlangıçta seçip bütün problemlerde aynı şekilde kullanmaktır. Aksi halde, seçtiğimiz işaretleri problemin bir bölümünde kullanır, başka bölümünde de diğer yönleri alırsak karışıklığa ve yanlışlığa sebep olur.

3.3. Denge Sistemlerine Göre Moment Hesaplama

Ters yönlü ve birbirine paralel, aynı zaman da şiddetleri eşit kuvvetlerin meydana getirdiği sisteme "kuvvet çifti" denir.



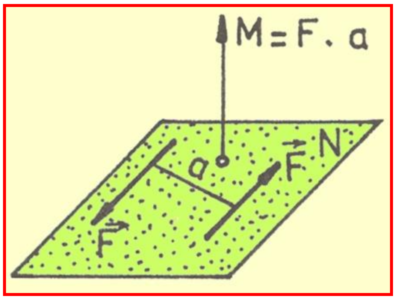
Resim 3.5: Kuvvet çiftti

a = Kuvvet çifti kolu

N = Kuvvet çifti düzlemi

- Bir kuvvet çifti elamanları ve değerleri sabit olmak üzere, başka bir kuvvet çifti ile değiştirilebilir.
- Bir kuvvet çifti, kendi düzlemi üzerinde başka bir yere kaydırılabilir.
- Bir kuvvet çifti, bulunduğu düzleme paralel başka düzleme doğru hareket ettirilebilir.

Moment vektörel bir değer olduğundan, kuvvet çiftinde moment vektörleri ile göstermek, çözümlerde önemli kolaylık sağlar. Kılavuz ile vida çekme işleminde, buji kolunun iki ucuna uygulanan kuvvetler kuvvet çiftine iyi bir örnektir. Burada kılavuzun dönüş yönü moment vektörünün dönüş yönüdür.

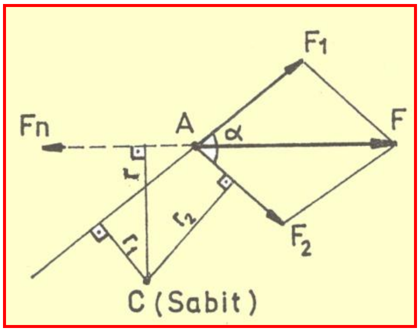


Resim 3.6: Dönüş yönü

M=F•a

Bileşkenin sıfır olması şartı (Kuvvetler çokgeninin kapalı olması hâli)

İki veya daha çok kuvvetlerin, herhangi bir noktaya göre momentlerinin toplamı, bu kuvvetlerin yerini tutan bileşkenin, aynı noktaya göre momentine eşittir.



Resim 3.7: Varignon prensibi

$F \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2$

Dengede olan kuvvet sistemlerinde bileşke sıfıra eşittir. Dolayısı ile herhangi bir noktaya veya eksene göre momenti de sıfırdır. Bileşkenin momentinin sıfır olması, sistemi meydana getiren bileşenlerin aynı noktaya göre momentlerinin toplamının sıfıra eşit olması şarttır.

$F = Fn$ (Varignon prensibi)

$\Sigma Mc = 0$ (Varignon teoremi prensibi)

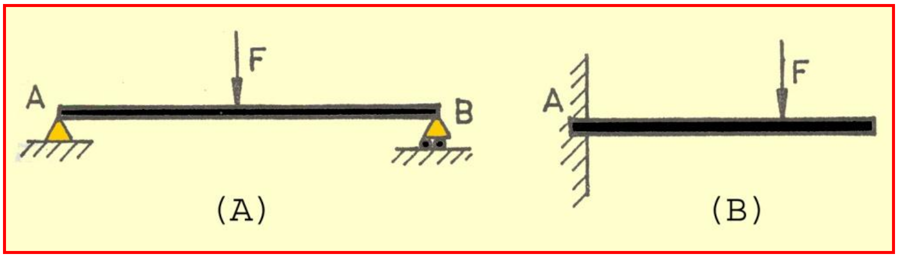
$-Fn \cdot r + F1 \cdot r1 + F2 \cdot r2 = 0$

Bu bölümden itibaren üç adet denklem kurularak üç bilinmeyenli problemler çözülebilir.

$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M = 0$

3.4. Mesnetlerde Oluşan Kuvvetler ve Yönleri

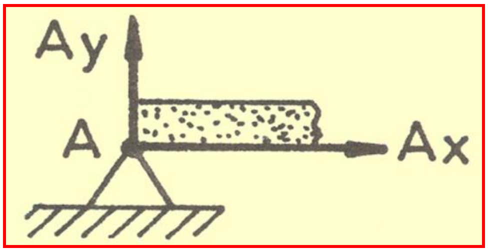
Yatay konumda yük taşıyan elemanlara, kiriş, kirişleri taşıyan sistemlere de "mesnet = dayanak" denir. Mesnet tepkilerinin bulunabilmesi için, mesnetlerin incelenmesi gerekir.



Resim 3.8: Mesnet çeşitleri

Şekil.3.8'de (A) noktasında kirişin oturduğu dayanak, mafsallı mesnet ve (B) ucundaki dayanak ise serbest, kayan mesnet adını alır. Şekil B'de ise bir beton içine gömülmüş ucu ile diğer bölümü serbest olan kirişteki A kısmına, ankastre mesnet denir. Mesnetlerde, kirişe yapılan etki şekline göre karşı kuvvetler (tepkiler) oluşur. Statiğin temel prensipleri gereğince "etki=tepki" dir.

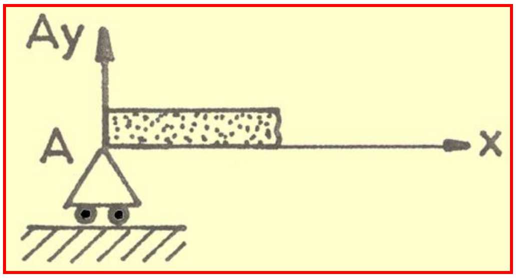
Mafsallı mesnetler: Bir pim ile sabitlenmiş olup x ve y eksenleri yönünde hareket yapamazlar. Dolayısı ile x ve y eksenleri yönünde iki kuvvet taşıyabilirler.



Resim 3.9: Mafsallı mesnet

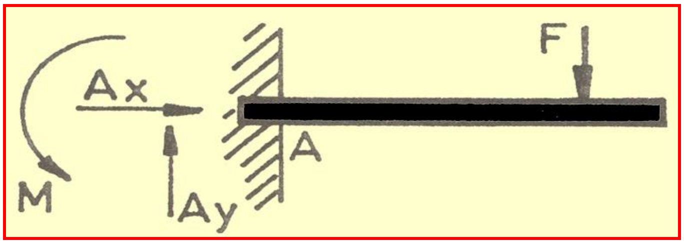
Ax ve Ay tepkilerinin yönleri, başlangıçta doğru ya da gelişigüzel seçilebilir. Kurulan ΣFx ve ΣFy = O denklemleri sonucunda değeri (+) çıkarsa yön doğru seçilmiştir. Değer (-) çıkarsa tepki yönü hatalı alınmıştır. Düzeltilerek çözüme devam edilmesi gerekir. Kısaca mesnet tepkilerinin yönleri sabit olmayıp seçilen yönlere göre değişebilir.

Hareketli mesnetleri: Kayar durumda olduklarından sadece düşey konumda yük taşıyabilirler. Düşey konumda ay tepkisi oluşur (Şekil 3.10). Etki şekline göre; x yönünde bir kuvvet gelirse kiriş kayar ve sistemin dengesi bozulur. Düşey konumda ay tepkisi oluşur.



Resim 3.10: Hareketli mesnet

Ankastre mesnetler: Bir ucundan desteklenip diğer ucu boşta olduğu için. Dönme hareketini engelleyici ve sabitlendiği yerden çıkma durumuna göre. Ax, Ay ve M tepkileri meydana gelir.

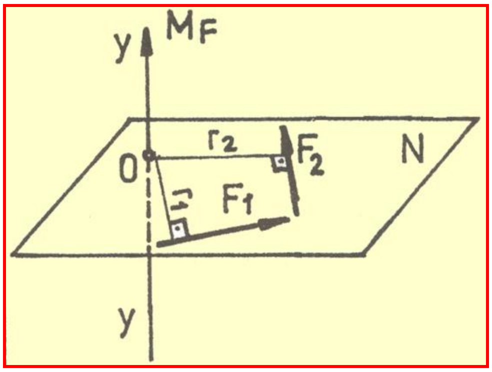


Resim 3.11: Ankastre mesnet

Buna göre üç bilinmeyenleri vardır. Daha önce belirtilen $\Sigma Fx = O$ $\Sigma Fy = O$ $\Sigma EM = O$ denklemleri kurularak çözüme gidilir.

3.5. Moment Uygulamaları

3.5.1. Dolaylı Yüklere Göre



Resim 3.12: Dolaylı yüklere göre moment

N düzlemi y - y eksenine diktir. F1 ve F2 kuvvetleri N düzlemi üzerinde bulunduklarından, izdüşümleri de kendileri kadardır. Dolaylı yük olarak (O) noktasını kendi şiddetleri kadar etkilerler.

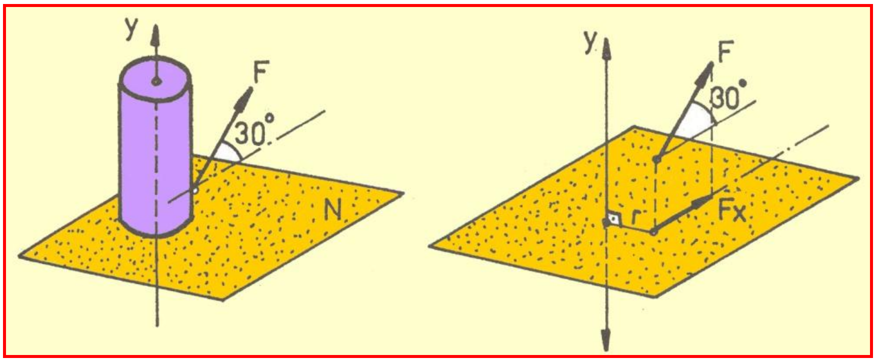
$M_F = - F_1 \bullet r_1 - F_2 \bullet r_2$

3.5.2. Açılı yüklere göre moment

Silindir N düzlemine dik olduğundan, F kuvveti direkt olarak döndürme etkisi yapamaz. F kuvvetinin N düzlemine paralel veya yapışık, yani iz düşümü kuvveti etkili olur.

$F_x = F \bullet \cos \alpha$

$M_y - y = F_x \cdot r$ (y-y göre moment)



Resim 3.13: Açılı yüklere göre moment

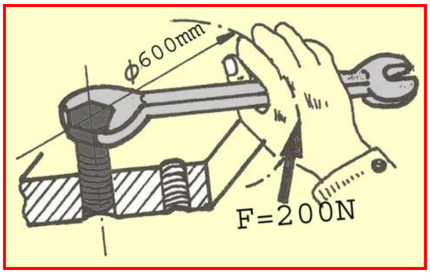
$M_y - y = F \cdot r \cdot \cos\alpha$ olur.

UYGULAMA FAALİYETİ

- **Moment ve mesnet hesaplarını yapınız.**

Uygulama 1:

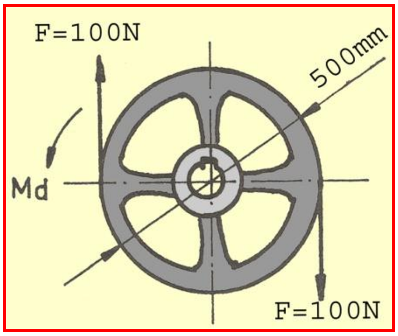
Şekilde görülen cıvata iki ağızlı anahtar ile sıkılmaktadır. Meydana gelecek momenti bulunuz.



D = 600 mm
F = 200 N
Çözüm
D = 600 mm = 0,6m
r = 300 mm = 0,3 m
F = 100 N
Moment = Kuvvet • Kuvvet kolu
M = F • r
M = 200 • 0,3 = 60 Nm
M = 60 Nm

Uygulama 2:

Şekilde görülen kasnağı döndüren 100 N şiddetindeki kuvvet çiftinin meydana getirdiği momenti bulunuz.



D = 500 mm = 0,5 m
F = 100 N M = ?
Burada kasnak bir kuvvet çiftti tarafından zorlanıyor.

Moment = Kuvvet • Kuvvet çiftti kolu

$M = 100 \cdot 0{,}5 = 50$ Nm

$M = 50$ Nm

Veya aşağıdaki yöntem kullanılarak sonuca varılır.

$$\sum M_A = 0$$

$- M_d + 0{,}25 \cdot 100 + 0{,}25 \cdot 100 = 0$

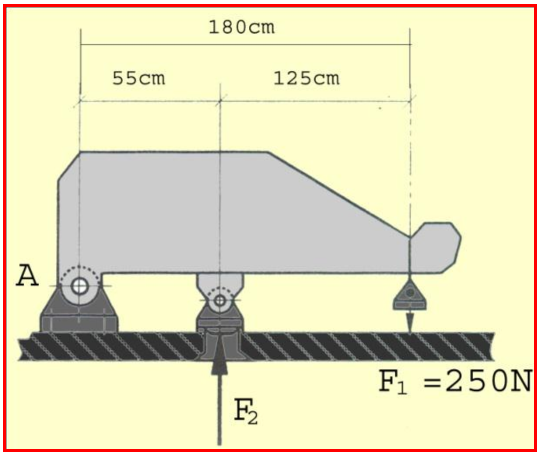
$M_d = 2 \cdot (0{,}25 \cdot 100)$

$M_d = 2 \cdot 25$

$M_d = 50$ Nm şeklinde bulunur.

Uygulama 3:

Şekildeki kapalı (dengede) bulunan güvenlik supabının yükü $F_1 = 250$ N ise supabı açmaya çalışacak kuvveti bulalım.



Çözüm:

Supap mafsalına(A) göre toplam moment,

$L_1 = 180$ cm $= 1{,}8$ m

$L_2 = 55$ cm $= 0{,}55$ m

$$\sum M_A = 0$$

$F_1 \cdot L_1 - F_2 \cdot L_2 = 0$

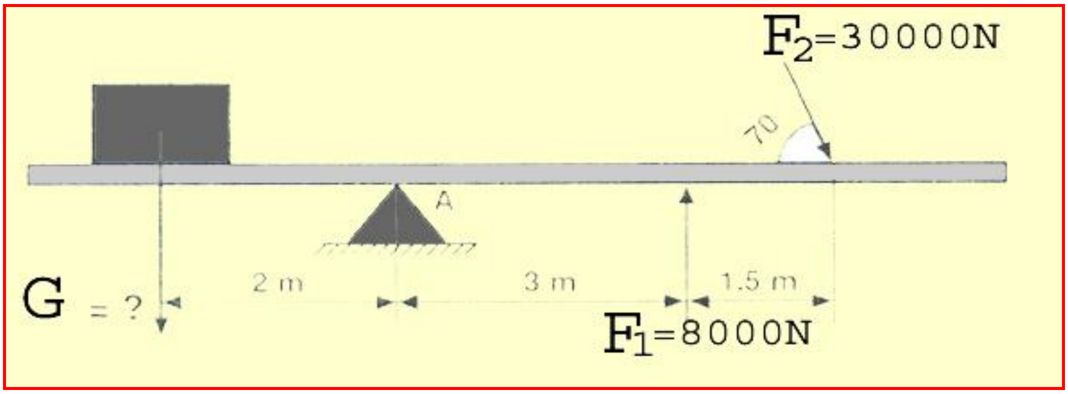
$250 \cdot 1{,}8 - F_2\, 0{,}55 = 0$

250•1,8 = F_2 •0,55

$$F_2 = \frac{250 \cdot 1{,}8}{0{,}55} \cong 818{,}1N \qquad \text{olur.}$$

Uygulama 4:

Şekildeki sistem dengede olduğuna göre G yükünü bulunuz.



Çözüm:

$\cos 70^0 = 0{,}342$ $\qquad \sin 70^0 = 0{,}94$

$F_1 = 8000$ N $\qquad F_2 = 30000$ N

G = ?

$$\sum M_A = 0$$

G •2 - F_1 •3 + F_2 • $\sin\alpha$ • 4,5 = 0

8000 • 3 + 30000 •0,94 •4,5 = 2 G

24000 +126900 = 2 G

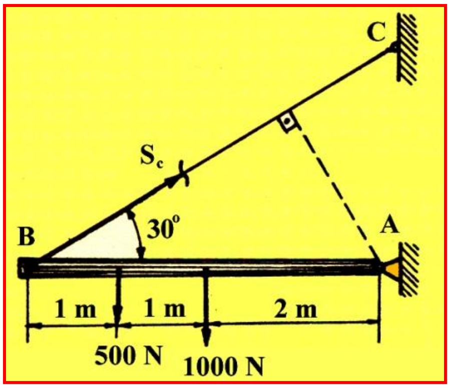
102900 = 2 G

$$G = \frac{102900}{2} = 51450N$$

G = 51450 N

Uygulama 5:

Şekil değiştirmeyen ve ağırlıksız AB çubuğu şekilde görüldüğü gibi yüklenmiştir. BC ipini geren kuvveti hesaplayınız.



Çözüm:

AB çubuğuna etki eden kuvvetler dengededir. Dengede olan kuvvet sisteminin herhangi bir eksene göre toplam momenti sıfırdır. Moment ekseni A' dan geçirilecek olursa:

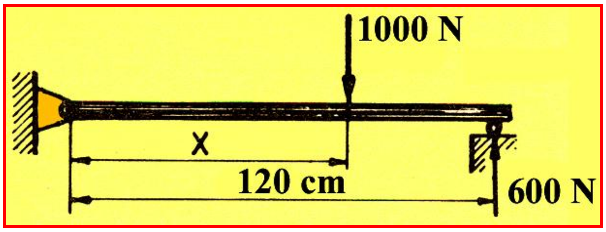
$$\sum M_A = 0$$

$1000 \cdot 2 + 500 \cdot 3 - S_C \cdot 4 \cdot \sin 30^0 = 0$

$S_C = \dfrac{2000 + 1500}{4 \cdot 0{,}5} = \dfrac{3500}{2} = 1750$ N olur.

Uygulama 6:

A noktasında sürtünmesiz pimle bağlı AB çubuğunun B dayanma yerindeki aksi tesirinin 600 N. olabilmesi için 1000 N. luk kuvvet A ucundan ne kadar uzağa (x = ?) etki ettirilmelidir?



Çözüm:

AB çubuğuna etki eden kuvvetler sistemi dengededir. Bu bakımdan, herhangi bir eksene göre bu kuvvetlerin momentlerinin cebrik toplamı sıfırdır. A pimine etki eden kuvveti denkleme sokmamak için, buradan geçen bir eksene göre moment alırsak;

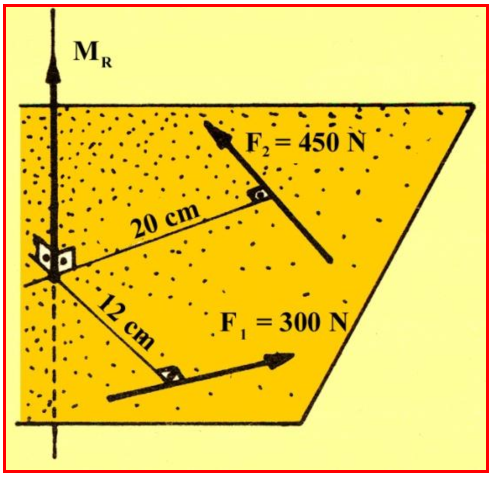
$\sum M_A = 0$ denkleminden,

1000•X – 600•120=0

$$X = \frac{600.120}{1000} = \frac{7200}{1000} = 72cm$$ bulunur.

Uygulama 7:

Şekilde görülen kuvvetlerin y-y eksenine göre momentlerini bulunuz ve bir moment vektörü ile gösteriniz.



Çözüm:

N düzlemi y - y eksenine dik olduğu için kuvvetlerin izdüşümü kendileri kadardır. Bu sebepten momentleri, şiddetleri ile moment kolları çarpımına eşittir. Etki kuvvetin momentleri cebri toplamı bileşke momentini verir. Buna göre bileşke moment:

M_R = F1•12 + F_2•20

M_R = 300•12 + 450•20

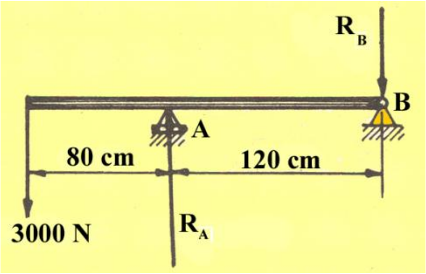
M_R = 3600 + 9000

M_R = 12600 N cm = 126 Nm

Bileşke moment vektörü, kuvvetlerin bulunduğu düzleme dik ve moment ekseni üzerinde alınır. Büyüklüğü M_R kadardır. Yönü ise sağ el kuralına göre saptanır.

Uygulama 8:

Şekilde görülen çubuğun A ve B mesnetlerindeki aksi tesirleri hesaplayınız.



Çözüm:

$\sum F_Y = 0$ denkleminden,

$-3000 + R_A + R_B = 0$

$R_A + R_B = 3000$

$\sum M_B = 0$ denkleminden,

$3000 \cdot 2 - R_A \cdot 1{,}2 = 0$

$$R_A = \frac{3000 \cdot 2}{1{,}2} = 5000 \text{ N}$$

$R_A + R_B = 3000$ denkleminde yerine konulursa,

$R_B = 3000 - R_B$

$R_B = 3000 – 5000$

$R_B = -2000$ N

$R_A = 5000$ N yukarı doğru ve

$R_B = -2000$ N aşağı doğru bulunur.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için Evet, kazanamadığınız beceriler için Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1	Noktaya göre moment buldunuz mu?		
2	Denge sistemine göre moment buldunuz mu?		
3	Mesnetlerde oluşan kuvvetler ve yönlerini buldunuz mu?		
4	Dolaylı yüklere göre moment buldunuz mu?		
5	Açılı yüklere göre moment buldunuz mu?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Kuvvetin döndürme etkisine …………. denir.

2. Moment ekseninin kuvvet düzlemini deldiği noktaya ………….. …….. denir. (…)

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

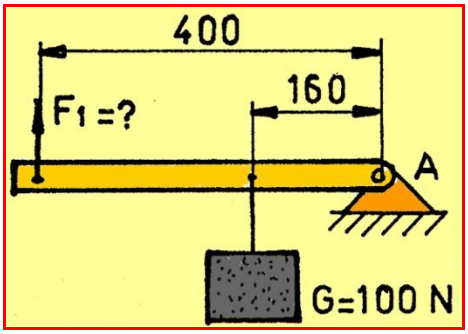
3. ( )Bir momentin değeri, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvet kolunun uzunluğu farkı kadardır.

4. ( )Bir kuvvet sistemi dengede ise bileşke sıfır olacağından momenti de sıfır olur.

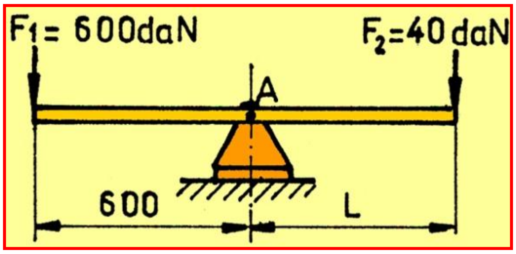
5. ( )Kuvvetlerin döndürme yönüne göre momentlerin de yönü ortaya çıkar.

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6. Şekildeki mafsallı kol sisteminde F1 kuvveti ne kadardır?



7. Şekildeki sistemde denge sağlanabilmesi için L uzunluğu kaç cm olmalıdır?



DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-4

AMAÇ

Cisimlerin ağırlık merkezlerini bulma ile ilgili hesapları yapabileceksiniz.

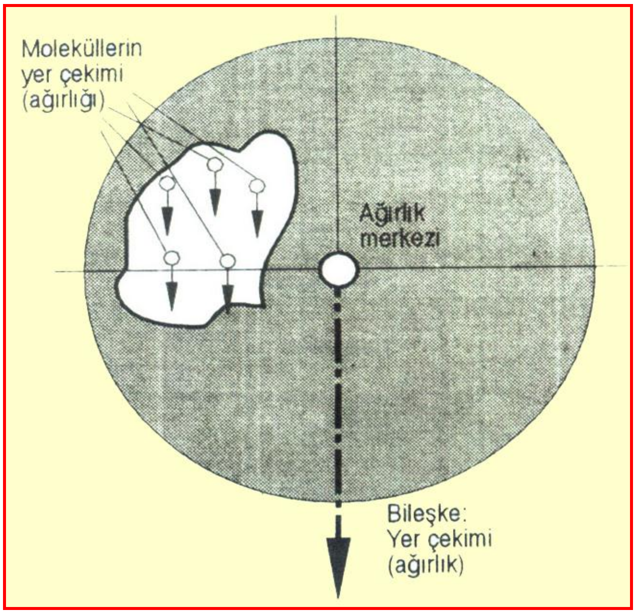
ARAŞTIRMA

- Çeşitli geometrik cisimlerin ağırlık noktalarını grafik ve analitik olarak bulunuz.

4. AĞIRLIK MERKEZİ

4.1. Ağırlık Merkezinin Tanımı

Bir cismin kütlesine ait yer çekimi kuvvetinin geçtiği ve cismin her konumuna göre değişmeyen noktaya ağırlık merkezi denir.



Resim 4.1: Ağırlı merkezi

Cismin ağırlığını oluşturan yer çekimi kuvveti, cisme ait molekülleri etkileyen yer çekimlerinin bileşkesidir. Bileşke kuvvet, cismin ağırlık merkezinden geçer (Şekil:4.1). Bu nedenle bir cisim, ağırlık merkezinden asıldığı her konumda dengededir.

4.2. Ağırlık Merkezini Bulmak

4.2.1. Analitik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak

Cisimler üç boyutlu olduklarından ağırlık merkezi uzaydaki yerini x, y ve z koordinatlarına göre belirlemek gerekir. Ancak cismin; simetri düzleminin, simetri ekseninin veya simetri noktasının olması halinde üç koordinatın hesaplanmasına gerek yoktur.

Simetrisi ve homojenliği olmayan cisimlerde ağırlık merkezi, yoğun olan tarafa kayar. Ağırlık merkezi bulunurken homojen cismin geometrik şekli dikkate alınır. Buna göre:

- **Çizgilerin ağırlık merkezi:** Tel çubuk gibi cisimlerin ağırlık merkezi, çizgilerin ağırlık merkezine göre hesaplanır.

- **Yüzeylerin ağırlık merkezi:** Saç, levha, ince plaka gibi cisimlerin ağırlık merkezi yüzeylerin ağırlık merkezine göre hesaplanır.

  - Yüzeyi oluşturan düzgün yüzeylerin alanları (A_1, A_2) bulunur.
  - Alanlar ağırlık merkezlerinin y eksenine uzaklığı ile çarpılarak toplanır (A1•x1 + A2•x2).
  - Bulunan toplam değer bileşke yüzeyinin alanına (A1 +A2) bölünürse ağırlık merkezinin x uzaklığı bulunur.
  - Aynı işlem x eksenine göre yapılarak y uzaklığı bulunur.

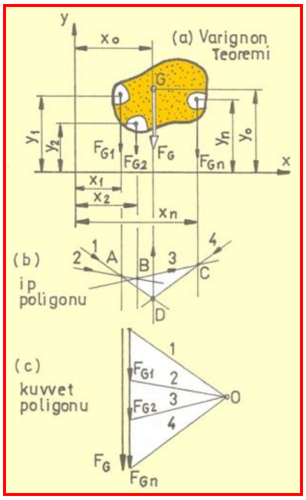
$$X_0 = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

- **Hacimlerin ağırlık merkezi:** Cismin üç boyutu dikkate alınarak ağırlık merkezi hesaplanır.

4.2.2. Grafik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak

Aynı düzlem içinde bulunan paralel kuvvetlerin bileşkesi, Finüküler Çokgeni Metodu ile bulunur. Bu metot iki bölümden meydana gelir.



Resim 4.2: Ağırlı merkezini grafik yöntemiyle bulunması

4.2.2.1. Kuvvet poligonu

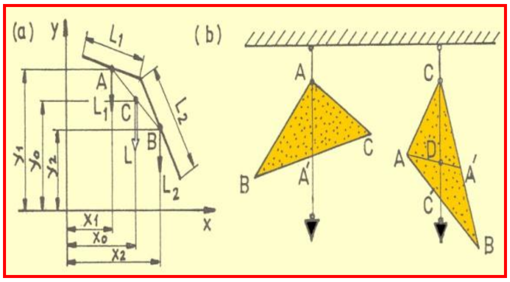
Bileşkenin, şiddetini, doğrultusunu ve yönünü verir.

4.2.2.2. İp poligonu

Bileşkenin, sistem üzerindeki yerini verir. Ağırlık merkezi bu çizgi üzerindedir. Metodun uygulanması için önce kuvvet poligonu çizilir. Kuvvetler bir ölçek dâhilinde, uç uca eklenerek, bileşke (F_G) bulunur. Poligon dışında, herhangi bir yerde, bir nokta (O) alınır. Sırası ile F_{G1} F_{G2} F_{Gn} kuvvetlerinin başlangıç ve son noktaları, (O) noktası ile birleştirilir. Birleştirme sonucu meydana gelen çizgilere, ışın adı verilir.

Kuvvet poligonunda, bir kuvveti çevreleyen ışınlar, ip poligonunda aynı kuvvet üzerinde kesişirler (Şekil 4.2/b ip poligonu). F_{G1} düşey çizgisi üzerinde bir A noktası alınır. Kuvvet poligonundan anlaşıldığı gibi, ışın 1 ve 2 F_{G1} i e ait olduklarından A noktasından geçerler.

Buna göre; kuvvet poligonu üzerindeki 1 ışınına paralel olmak üzere A' dan geçen bir doğru çizilir. Daha sonra 2 ışınına paralel olarak, yine A' dan geçen bir doğru çizilir. 2 ışını aynı zamanda FG2 'de ait olduğundan, doğru uzatılarak, FG2 düşey çizgisi kestirilerek B noktası elde edilir. 3 numaralı ışında FG2 'ye ait olduğundan, kendisine paralel olacak şekilde B noktasından geçirilerek çizilir. Aynı zamanda FGn' e ait olduğundan, uzatılarak FG3'ün düşey çizgisi kestirilir. (C) N4 ışını FGn' e ait olduğundan, C noktasından bu ışına paralel olan bir doğru çizilir. 1 ve 4 numaralı ışınlar, aynı zamanda bileşke kuvveti (FG) sınırladıkları için uzatılarak kesiştirilerek (D) noktası bulunur. Sistemin ağırlık merkezi, bu D noktasından geçen düşey çizgi üzerindedir. Ağırlık merkezinin tam yerini bulmak için, finüküler çokgeninin (Y) koordinatı tarafından uygulanması gerekir. Buradan elde edilecek çizgi ile önce bulunan ve D noktasından geçen çizginin kesim noktası, uygulama noktasıdır.



Resim 4.3: Ağırlık merkezinin deneyle bulunması

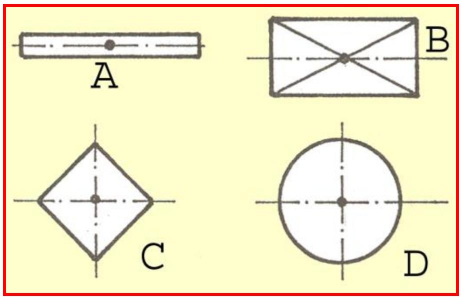
Ağırlık merkezinin bulunmasında, aşağıdaki pratik kurallar uygulanabilir. Boyu ile oranlandığında, genişliği ve kalınlığı çok küçük olan cisimler (tel ve çubuklar) bir çizgi halinde gösterilir. Bu cisimlerin ağırlık merkezi, grafik ya da analitik metotla bulunabilir
.

Boy ve genişliği ile oranlandığında; ihmal edilebilecek kadar küçük kalınlığı olan cisimlere levhalar denir. Bunlar iki boyutlu düşünülüp, yüzey olarak ele alınırlar. Ağırlık merkezi, grafik veya analitik metotlarla, daha önce anlatıldığı gibi çözülür. Yüzeylerin ağırlık merkezleri, deneysel yol ile de bulunabilir. Geometriden üçgenin ağırlık merkezinin, kenar ortaylarının kesim noktası olduğu bilinir. Herhangi bir ABC üçgeni alalım ve A noktasından asalım. Denge sağlandığı zaman, çekül ipinin doğrultusu belirlenir. Daha sonra, B ucundan asılan üçgen dengelenince, yine çekül ipinin doğrultusu belirlenir. İki doğrultunun kesim noktası, üçgenin ağırlık merkezidir.

Yüzeyler; geometrik şekillerden meydana geldiğinden, geometriye başvurularak hızlı ve pratik çözümler sağlanabilir. Çeşitli geometrik şekillerin ağırlık merkezlerini veren çizelge ekler bölümünde gösterilmiştir. Boyutlarından hiçbiri ihmal edilemeyen cisimlerin ağırlık merkezleri, hacimsel olarak bulunur. Bu cisimler, üç boyutlu olarak incelenir. Ünitelerde, seviye bakımından bu cisimler, iki boyutlu olarak ele alınacaktır.

4.3. Yüzeylerin Ağırlık Merkezinin Bulunması

4.3.1. Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

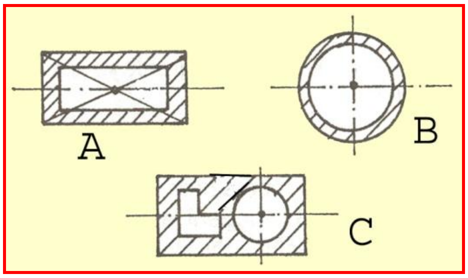


Resim 4.4: Düzgün yüzeyler

İnce düzgün bir çubuğun ağırlık merkezi, çubuğun ortasıdır. Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgenin ağırlık merkezi, köşegenlerinin kesim noktasıdır. Dairenin ise, merkezidir. Düzgün yüzeylerde ağırlık merkezi, simetri ekseni üzerindedir (Şekil 4.4).

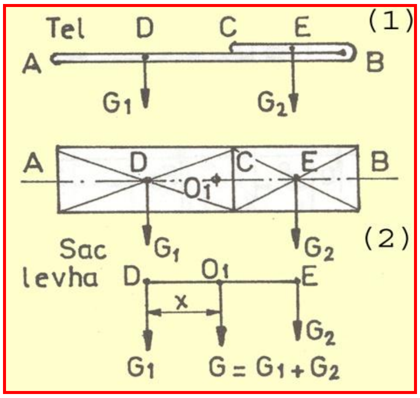
4.3.2. İçi Boş Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

İçi boş yüzeyler, düzgün şekilde ise ağırlık merkezleri yine köşegenlerin kesim noktası veya dairenin merkezidir. Ağırlık merkezinin uygulama noktası, simetri ekseni üzerindedir. Ancak bu nokta boş kısımda kalır. Hayalî olarak bu noktadan etki yapılıyormuş gibi düşünülür. İçi boş yüzeylerde boşaltılan kısımlar simetrik değilse, ağırlık merkezi grafik ve analitik metotlarla bulunur. Ancak, boşaltılan kısımlar denklemde, negatif (-) olarak işaretlenir. Ağırlık merkezi ise dolu kısma doğru kayar.



Resim 4.5: İçi boş yüzeyler

4.3.3. Üst Üste Katlanmış Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak



Resim 4.6: Katlanmış yüzeyler

Katlanmış cisimler, tel ya da sac levha olabilir. Düzgün ve içi boş yüzeylerde, yüzey alanı esas alınabiliyordu. Burada ise, katlanan bölgede ağırlık farkı meydana gelir. Dolayısı ile yüzey değil, cismin ağırlığının esas alınması daha doğru olur. Çözüm, paralel kuvvetlerin bileşkesinin bulunması şeklindedir. Grafik ve analitik çözüm uygulanabilir. Pratik olarak katlanmış yüzeyler, vektörel olarak bir çizgi ile ifade edilerek şu denklem kurulabilir.

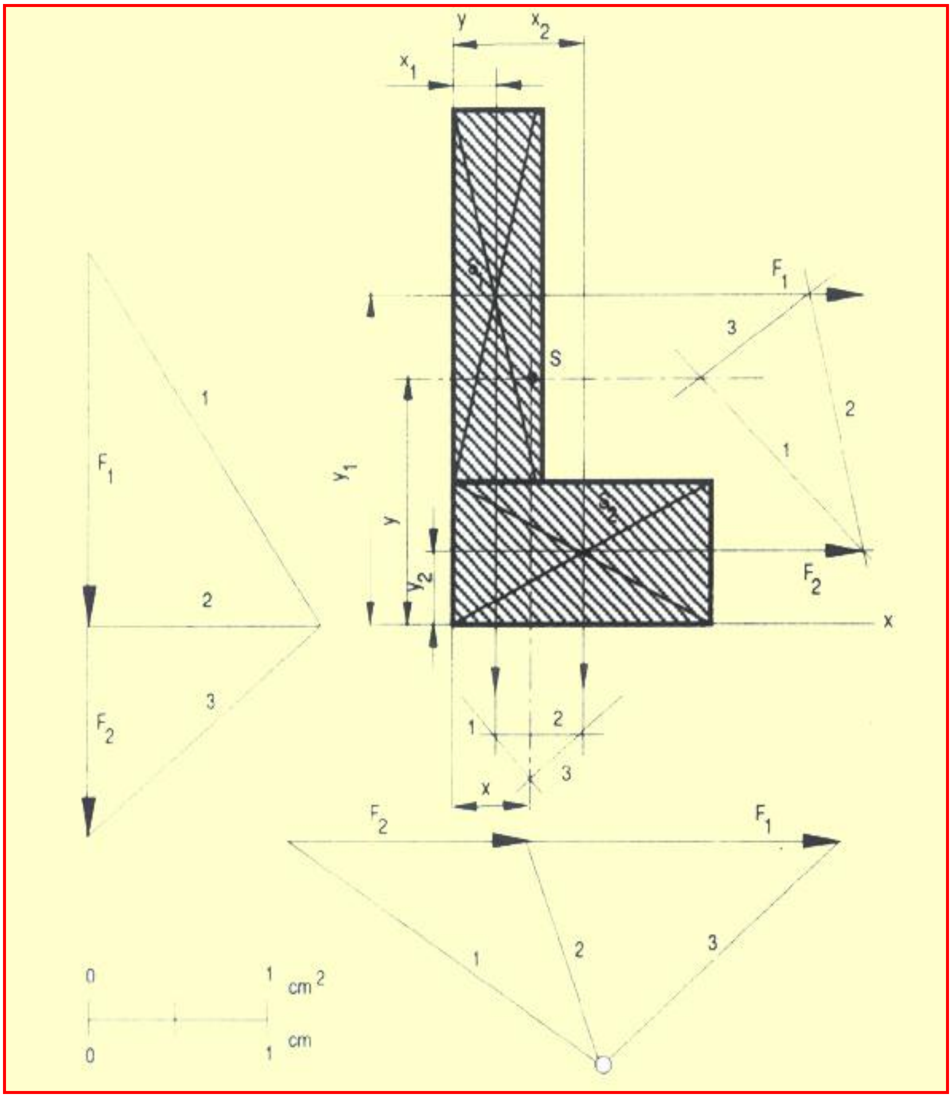
$G_1 \bullet D0_1 = G_2 \bullet E0_1$

4.3.4. Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

Bileşik yüzeyler; belli geometrik şekle sahip yüzeylerin birleştirilmesi sonucu meydana gelir. Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi bulunurken, şekil basit ve düzgün yüzeylere ayrılır. Her yüzeyin ağırlık merkezi bilinen metotla işaretlenir. Grafik olarak, finüküler çokgeni uygulanır. Analitik olarak Varignon Teoremi uygulanır.

- **Grafik yöntem**

Bazı basit yüzeylerin ağırlık merkezleri onların geometrik merkezleridir. Düzgün olmayan veya birleşik yüzeylerin ağırlık merkezleri grafik olarak aşağıdaki yola göre bulunur.

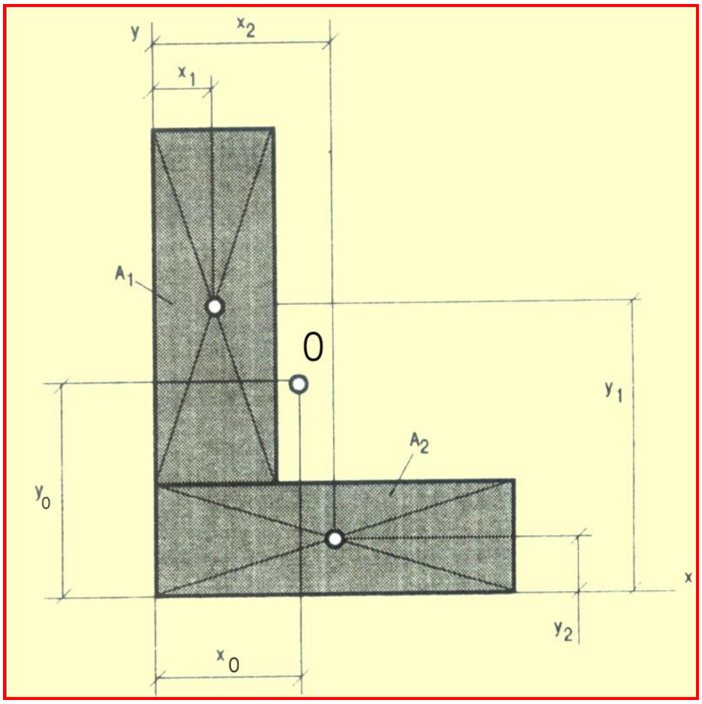


Resim 4.7: Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi

- Ağırlık merkezi bulunacak düzlemsel yüzey basit yüzeylere ayrılır. Ağırlık merkezleri işaretlenir.
- Her basit yüzeyin alanı ile doğru orantılı kuvvetler seçilir.

- Seçilen bu kuvvetler birbirine paralel olacak şekilde ait oldukları merkezlere uygulanır.
- Bu kuvvetlerin bileşkesi ve doğrultusu herhangi bir geometrik metotla bulunur. Şekil 4.7'de Finüküler Metodu uygulanmıştır.
- Basit yüzeylerin alanları ile doğru orantılı olan kuvvetlerin tatbik noktaları ve şiddetleri değişmeden eski doğrultusu ile herhangi bir açı kadar döndürülür (Örnekte 90° döndürülmüştür.).
- Bileşkeleri ve bileşkenin doğrultusu tekrar bulunur.
- İki bileşke doğrultusunun kesişme yeri aranan ağırlık merkezidir.

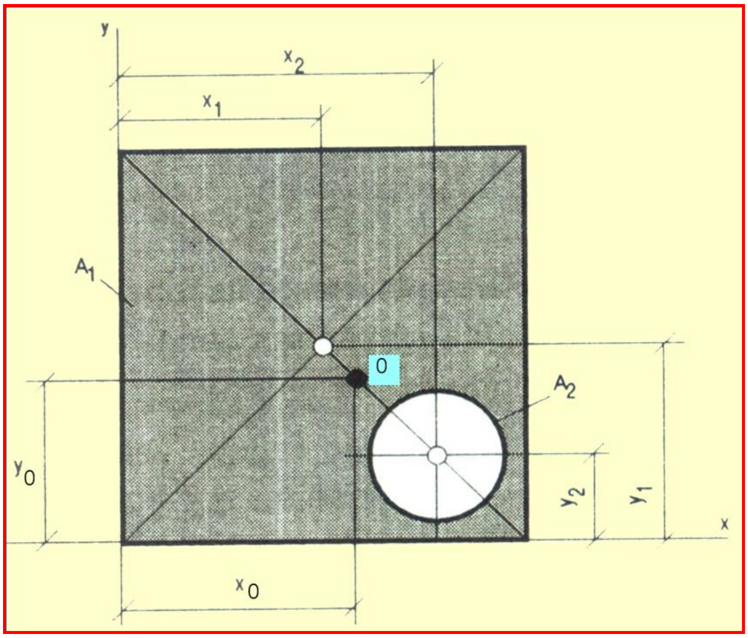
➢ **Analitik yöntem**



Resim 4.8: Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi analitik yöntem

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$



Resim 4.9: İçi boş yüzeylerin ağırlık merkezi analitik yöntem

$$\mathbf{X_0} = \frac{A_1 \cdot x_1 - A_2 \cdot x_2}{A_1 - A_2}$$

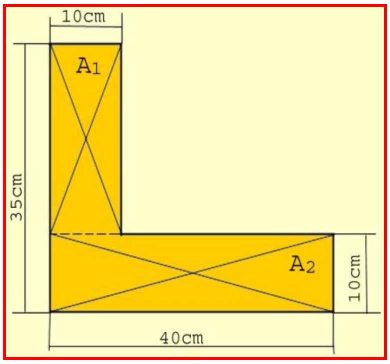
$$\mathbf{Y_0} = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2}$$

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ **Cisimlerin ağırlık merkezlerini bulma ile ilgili hesapları yapınız.**

Uygulama 1:

Şekildeki parçanın ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.



Çözüm:

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2}$$

$X_1 = 5$ cm $\quad X_2 = 20$cm $\quad Y_1 = 22,5$ cm $\quad Y_2 = 5$cm

$A_1 = 250\ cm^2 \quad A_2 = 400 cm^2 \quad A_1 = 250\ cm^2 \quad A_2 = 400\ cm^2$

$$X_0 = \frac{250 \cdot 5 + 400 \cdot 20}{250 + 400} = \frac{1250 + 8000}{650}$$

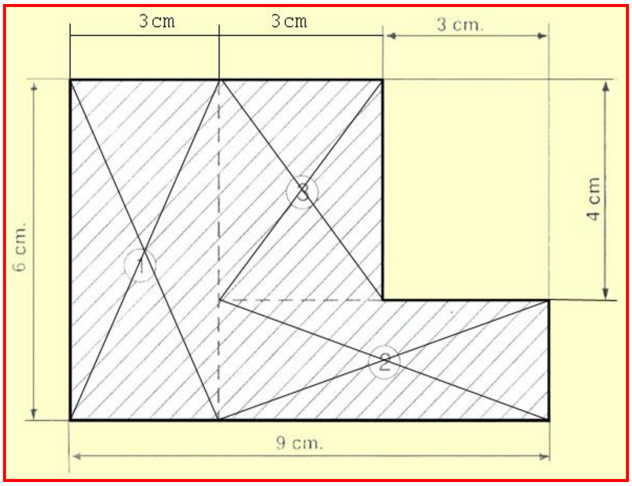
$$Y_0 = \frac{250 \cdot 22{,}5 + 400 \cdot 5}{250 + 400} = \frac{6375 + 2000}{250 + 400}$$

$$X_0 = \frac{9250}{650} \qquad Y_0 = \frac{8375}{650}$$

$$X_0 = 14{,}23 cm \qquad Y_0 = 12{,}88\ cm$$

Uygulama 2:

- **Şekildeki üst üste katlanmış parçanın ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.**



Çözüm:

Taralı alanın ağırlık merkezi koordinatları bulunacaktır.

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

X_1= 1,5 cm X_2= 6 cm X_3 = 4,5 cm

$A_1 = 3 \bullet 6 = 18\ cm^2$ $A_2 = 2 \bullet 6 = 12\ cm^2$ $A_3 = 3 \bullet 4 = 12\ cm^2$

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$X_0 = \frac{18 \cdot 1{,}5 + 12 \cdot 6 + 12 \cdot 4{,}5}{18 + 12 + 12} = \frac{27 + 72 + 54}{42}$$

$$X_0 = \frac{153}{42}$$

$$X_0 = 3{,}64 \text{ cm}$$

$Y_1 = 3$ cm $\quad$ $Y_2 = 1$ cm $\quad$ $Y_3 = 4$ cm

$A_1 = 3 \cdot 6 = 18\ cm^2$ $\quad$ $A_2 = 2 \cdot 6 = 12\ cm^2$ $\quad$ $A_3 = 3 \cdot 4 = 12\ cm^2$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

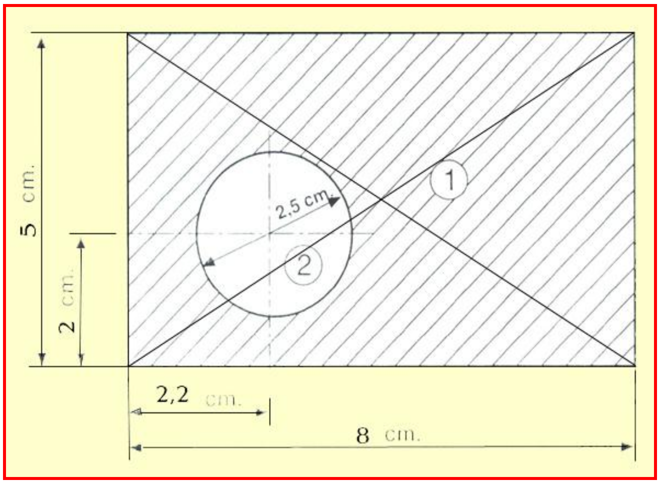
$$Y_0 = \frac{18 \cdot 3 + 12 \cdot 1 + 12 \cdot 4}{18 + 12 + 12 +} = \frac{54 + 12 + 48}{42}$$

$$Y_0 = \frac{114}{42}$$

$$Y_0 = 2{,}71 \text{ cm}$$

Uygulama 3:

➢ **Şekildeki içi boşaltılmış parçanı ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.**



$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 - A_2 \cdot X_2}{A_1 - A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 - A_2 \cdot Y_2}{A_1 - A_2}$$

Çözüm:

$X_1 = 4$ cm $\quad\quad X_2 = 2{,}2$ cm

$A_1 = 5 \bullet 8 = 40\ \text{cm}^2$ $\quad\quad A_2 = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 6{,}25}{4} = \dfrac{19{,}62}{4} = 4{,}9\ \text{cm}^2$

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 - A_2 \cdot X_2}{A_1 - A_2}$$

$$X_0 = \frac{40 \cdot 4 - 4{,}9 \cdot 2{,}2}{40 - 4{,}9} = \frac{160 - 10{,}78}{35{,}1} = \frac{149{,}22}{35{,}1}$$

$$X_0 = 4{,}25\ \text{cm}$$

$Y_1 = 2{,}5$ cm $\quad\quad Y_2 = 2$ cm

$A_1 = 5 \bullet 8 = 40\ \text{cm}^2$ $\quad\quad A_2 = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 6{,}25}{4} = \dfrac{19{,}62}{4} = 4{,}9\ \text{cm}^2$

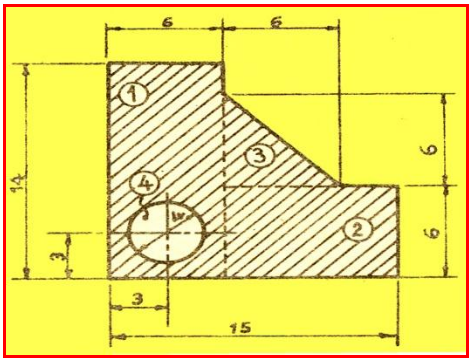
$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 - A_2 \cdot Y_2}{A_1 - A_2}$$

$$Y_0 = \frac{40 \cdot 2{,}5 - 4{,}9 \cdot 2}{40 - 4{,}9} = \frac{100 - 9{,}8}{35{,}1} = \frac{90{,}2}{35{,}1}$$

$$Y_0 = 2{,}56\ \text{cm}$$

Uygulama 4:

- **Şekilde görülen taranmış alanın ağılık merkezinin koordinatlarını bulunuz (Ölçüler cm olarak alınacaktır).**



Çözüm:

Taranmış alan 1,2 dikdörtgenleriyle 3 nu.lı üçgenin birbirine eklenmesi ve 4 nu.lı dairenin çıkarılmasıyla elde edilmiştir. Bu parçaların ağırlık merkezlerinin yerini biliyoruz. Buna göre;

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3 - A_4 \cdot X_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$X_0 = \frac{6 \cdot 14 \cdot 6 + 6 \cdot 9 \cdot 10{,}5 + \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 8 - \frac{\pi \cdot 4^2}{4} \cdot 3}{6 \cdot 14 + 6 \cdot 9 + \frac{6 \cdot 6}{2} - \frac{3{,}14 \cdot 4^2}{4}}$$

$$X_0 = \frac{504 + 567 + 144 - 37{,}68}{84 + 54 + 18 - 12{,}56}$$

$$X_0 = \frac{1215 - 37{,}68}{143{,}44} = \frac{1177{,}32}{143{,}44}$$

X_0=8,2 cm

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3 - A_4 \cdot Y_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$Y_0 = \frac{84 \cdot 7 + 54 \cdot 3 + 18 \cdot 8 - 12{,}56 \cdot 3}{84 + 54 + 18 - 12{,}56}$$

$$Y_0 = \frac{588 + 162 + 144 - 37{,}68}{143{,}44} = \frac{856{,}32}{143{,}44}$$

Y_0=5,97 cm’dir.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için Evet, kazanamadığınız beceriler için Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1	Analitik metotla ağırlık merkezini hesapladınız mı?		
2	Kuvvet poligonu metoduna göre ağırlık merkezini hesapladınız mı?		
3	İçi boş yüzeylerin ağırlık merkezini hesapladınız mı?		
4	Üst üste katlanmış yüzeylerin ağırlık merkezini hesapladınız mı?		
5	Birleşik yüzeylerin ağırlık merkezini hesapladınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Bir cismin kütlesine ait yer çekimi kuvvetinin geçtiği ve cismin her konumuna göre değişmeyen noktaya ……… ………….. denir.

2. Cisimler üç boyutlu olduklarından ağırlık merkezi uzaydaki yerini …, ….. ve… Koordinatlarına göre belirlemek gerekir.

3. Bir kütleye ait ağırlığın, bulunduğu etki noktasına …….. ……. denir.

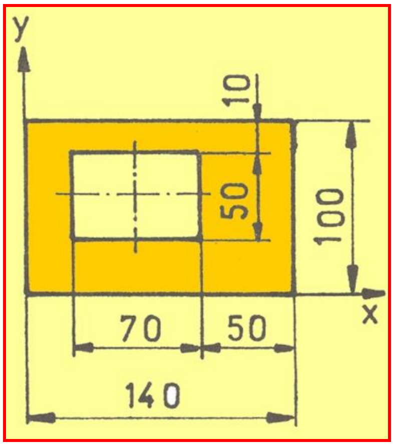
Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

4. ( )Bir cisim, ağırlık merkezinden asıldığı her konumda dengededir.

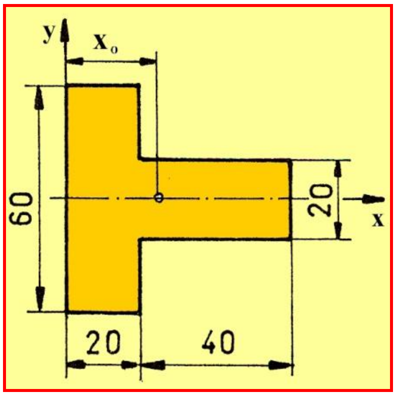
5. ( )Köşegenlere göre eşit parçalara ayrılabilen yüzeylerin ağırlık merkezi, bu köşegenlerin kesiştiği noktadır.

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6. Şekildeki bileşik yüzeyin ağırlık merkezini analitik yöntemle (X0) bulunuz (Ölçüler cm olarak alınacaktır.).



7. Şekilde görüldüğü gibi dikdörtgen levhadan 50•70 cm ölçülerindeki kısım çıkartılmıştır. Meydana gelen şeklin ağırlık merkezini analitik metotla bulunuz (Ölçüler cm olarak alınacaktır.)**.**

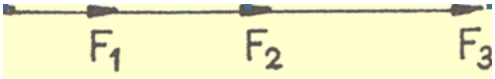


DEĞERLENDİRME

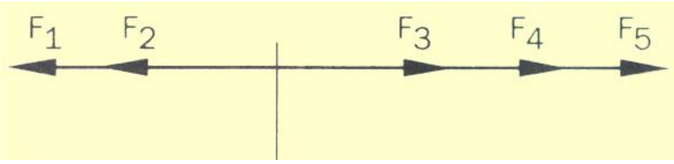
Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise "Modül Değerlendirme"ye geçiniz.

MODÜL DEĞERLENDİRME

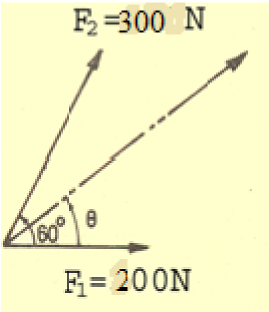
Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz çözümlerini yapınız.



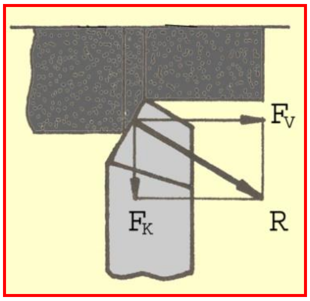
1. Yukarıdaki kuvvetler; F1=750N F2=500N, F3=800N olduğuna göre bileşke kuvvet (R) kaç N' dur?



2. Yukarıdaki kuvvetler; F1=220N, F2=600N, F3=75N, F4=150N, F5=200N olduğuna göre bileşke kuvvet (R) kaç N' dur?

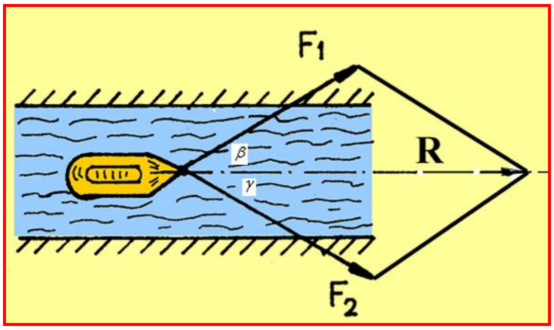


3. Yukarıdaki kuvvetlerin bileşkesini kaç N'dur?



4. Yukarıdaki şekildeki tornalama işleminde kaleme gelen kuvvetler F_V = 70 N F_K = 50 N olduğuna göre bileşke kuvveti ne kadardır? (α = 90^0)

5. Aşağıdaki şekilde görülen kayık kanalın her iki kenarından $\beta = 35^0$, $\gamma = 25^0$ olmak üzere çekilmektedir. Bu iki kuvvetin ortak etkisi 4000 N olduğuna göre, bu açılar altında çekme kuvvetleri ne kadardır?

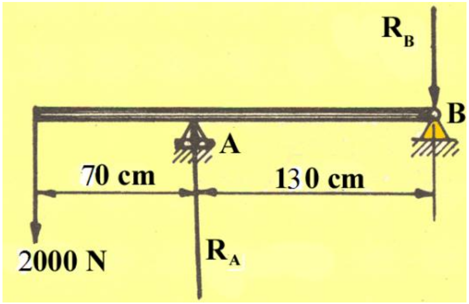


6. Aralarında dik açı yapacak şekilde duran iki kişi bir cismi çekiyor. Birinci kişi700 N,ikinci kişi 500N'luk kuvvetlerle bir cisme etkimektedir.

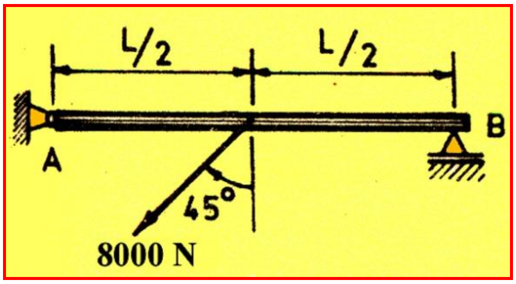
a) Bu iki kuvvetin yapacağı etkiyi tek başına yapabilecek kuvvetin (bileşkenin) değeri nedir?

b) Cismin takip edeceği doğrultu ile birinci şahıs arasındaki açı kaç derecedir?

7. Şekilde görülen çubuğun A ve B mesnetlerindeki aksi tesirlerini hesaplayınız.



8. Bir AB çubuğuna şekilde görüldüğü gibi 8000 N'luk kuvvet etki ettirilmiştir. B mesnedindeki aksi tesiri bulunuz.



DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki modüle geçmek için öğretmeninize başvurunuz.

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ–1'İN CEVAP ANAHTARI

1	**Doğru**
2	**Doğru**
3	**Yanlış**
4	**Yanlış**
5	**Doğru**
6	**Doğru**
7	**Doğru**
8	**Yanlış**
9	**Kuvvet**
10	**Şiddeti, Doğrultusu, yönü, Uygulama noktası**
11	**Kilogramkuvvet kgf**
12	**Doğrultusu büyüklüğü**
13	**Paralelkenarın uygulama noktasıdır.**
14	**$\alpha = 90°$**
15	**Bileşkeyi**
16	**A tarafı R= 25 N'luk farkla oyunu kazanır.**
17	**601,3 N**
18	**630 N**

ÖĞRENME FAALİYETİ–2'NİN CEVAP ANAHTARI

1	**Bileşen, bileşen kuvvet**
2	**Doğru**
3	**Doğru**
4	**Yanlış**
5	**Doğru**
6	$\alpha = 38{,}2^0$ $\beta = 21{,}8^0$
7	**R = 48,6 N** $\theta_X = 70^0$

ÖĞRENME FAALİYETİ–3'ÜN CEVAP ANAHTARI

1	**Moment**
2	**Yanlış**
3	**Moment merkezi**
4	**Doğru**
5	**Doğru**
6	**F1 = 40 N**
7	**L=90 cm**
8	**RB= 282,8 N**

ÖĞRENME FAALİYETİ–4'ÜN CEVAP ANAHTARI

1	**Ağırlık merkezi**
2	**Doğru**
3	**x, y, z**
4	**Basınç merkezi**
5	**Doğru**
6	**X0=2,2cm**
7	**X0 =7,5cm** **Y0 =4,5cm**

,

MODÜL DEĞERLENDİRMENİN CEVAP ANAHTARI

1	2050 N
2	395 N
3	435 N
4	92 N
5	F1=1950 N F2=2650 N
6	a) R= 800 N b) 350
7	R_A=3077 N R_B=1077 N
8	F_B= 367 N F_C= 410 N

KAYNAKÇA

- ASLAN Mehmet, **Cisimlerin Dayanımı**, İstanbul, 1998.
- CURUN Nurettin, **Cisimlerin Dayanımı,** Ankara, 1981.
- ÖZKARA Hamdi, **Mekanik**, Ankara, 2000.
- DURKAL Dursun, **Cisimlerin Dayanımı,** İstanbul, 1998.
- ÖZKARA Hamdi, **Cisimlerin Dayanımı,** Ankara, 2000.
- BAYVAS M. Şevki, **Genel Mekanik**, Ankara, 1978.
- BAYVAS M. Şevki, **Genel Mekanik,** İstanbul,1966.
- BAYVAS M. Şevki, **Cisimlerin Dayanımı**, Ankara, 1974.
- TSE, DIN, ISO **Standartları ve Çeşitli Makine Katalogları.**
- ÇETİNKAYA Selim, Mustafa BALCI, **Standart Birimler**, Yüksek Teknik Öğretmen Okulu Matbaası, 1979.
- ERASLAN N., **Teknik Mekanik**, Teknik Okul Yayınları, 1960.